

Е.Л. Гарт, Б.І. Терьохін, О.О. Семенча

**ПОСІБНИК
ДО ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ
«ПРИКЛАДНІ ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ ТЕХНОЛОГІЇ»**



2023

**Міністерство освіти і науки України
Дніпровський національний університет
імені Олеся Гончара**

Е.Л. Гарт, Б.І. Терьохін, О.О. Семенча

**ПОСІБНИК
ДО ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ
«ПРИКЛАДНІ ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ ТЕХНОЛОГІЇ»**

*Рекомендовано вченою радою
механіко-математичного факультету
Дніпровського національного університету
імені Олеся Гончара*

**Дніпро
2023**

УДК 519.677

Рецензенти: д-р фіз.-мат. наук, проф. В.І. Кузьменко
д-р фіз.-мат. наук, проф. проф. В.Б. Говоруха

Г 21 Гарт Е.Л., Терьохін Б.І., Семенча О.О. Посібник до вивчення дисципліни «Прикладні обчислювальні технології». – Дніпро: Ліра, 2023. – 92 с.

Наведено теоретичні відомості з дисципліни «Прикладні обчислювальні технології», приклади алгоритмів розв'язання типових задач із застосуванням програмного комплексу SolidWorks, варіанти індивідуальних завдань. Посібник спрямовано для формування у здобувачів вищої освіти уявлень про парадигми і технології використання обчислювальної техніки в сучасному суспільстві, а також надбання ними навичок використання сучасних технологій на практиці.

Для здобувачів вищої освіти механіко-математичного факультету та факультету прикладної математики університетів, педагогічних і технічних вишів.

*Рекомендовано до друку вченою радою
механіко-математичного факультету Дніпровського
національного університету імені Олеся Гончара
протокол № 3 від 21 листопада 2023 року*

© Гарт Е.Л., Терьохін Б.І., Семенча О.О., 2023

ПЕРЕДМОВА

Сучасному фахівцю в галузі прикладної математики часто доводиться мати справу із задачами, розв'язання яких передбачає гарну комп'ютерну підготовку і тверді навички та уміння у застосуванні різноманітних математичних методів, сучасних комп'ютерних технологій і автоматизованих програмних засобів під час використання комп'ютерної техніки. Для формування у майбутніх спеціалістів професійних навичок та умінь самостійно розв'язувати складні практичні й наукові задачі за допомогою персонального комп'ютера (ПК) посібник до вивчення дисципліни «Прикладні обчислювальні технології» вміщує такі завдання:

- закріплення знань із лекційного курсу з прикладних обчислювальних технологій;
- формування практичних навичок із розробки та програмної реалізації проєктів розв'язування задач на ПК за допомогою програмного комплексу SolidWorks;
- навчання роботі з науково-технічною літературою і технічною документацією, а також формування навичок розробки та оформлення окремих розділів програмної документації;
- набуття знань про сучасні методи та комп'ютерні технології розв'язування задач обчислювальної механіки та прикладної математики за допомогою ПК.

Здобувач вищої освіти виконує індивідуальне завдання згідно із номером шифру. Складниками кожного індивідуального завдання є:

- аналіз поставленого завдання та визначення вимог щодо його реалізації, підготовка вхідних даних;
- складання алгоритму виконання завдання;
- побудова комп'ютерної моделі задачі;
- проведення розрахунку;
- верифікація результатів;
- аналіз результатів розрахунків;
- підготовка та оформлення звіту.

Звіт виконують на папері формату А4.

Зразок оформлення звіту наведено у Додатку А.

ВСТУП

За сторіччя розвитку будівництва та промисловості тонкостінні конструкції здобули широкого розповсюдження. Сьогодні важко собі уявити такі людської діяльності як авіа-, судно- та машинобудування, будівництво та ін. без застосування конструкцій у вигляді тонких оболонок та пластин, адже вони, в порівнянні з іншими тілами – масивами чи стрижнями (балками), надають інженерам змогу вирішувати якісно відмінні задачі проектування та розрахунку конструкцій, згідно з необхідними вимогами.

Більш того, рідко коли ці конструкції – тонкі пластини чи тонкостінні оболонки – мають вигляд простих деталей чи вузлів. В більшості випадків оболонки мають різноманітні неоднорідності, серед яких є включення й отвори різної форми. Прикладами таких конструкцій можуть бути центроплан літака, сховище для зберігання зерна чи нафтопродуктів тощо.

Велику частину задач проектування тонких оболонкових конструкцій складають задачі проектування циліндричних тонких оболонок з отворами. Такі конструкції досить розповсюджені через те, що технологічний процес їх виготовлення часто є значно простішим, аніж в оболонкових конструкцій подвійної кривини. Для прикладу досить сказати, що більшість резервуарів для газів є тілами обертання, які мають у своїй основі циліндр.

З огляду на вищезазначене, велику увагу привертають до питання проектування циліндричних тонкостінних оболонок з отворами. Ця задача є вкрай важливою для проектування та дослідження високонавантажених та складних конструкцій, таких як ступінь або паливний бак ракети-носія, секція газогону великого діаметра тощо.

В даних задачах, критичними є значення напружень на контурі отворів в оболонці, їх розподілення та залежність від параметрів отвору [2, 3, 6, 9, 11–13]. На шляху до вирішення цих питань людству не раз доводилося платити велику ціну за помилки та невірні припущення теоретиків і інженерів, а також відсутність апарату для розв'язання таких задач. Варто згадати численні випадки катастроф суден чи літаків, які згодом виявилися результатом невірного вибору розміру, кількості або форми отворів, а також неспівставного з дійсністю ходу міркувань щодо розрахунку подібних конструкцій [7]. Якісний прогрес в даній сфері потребував створення ґрунтовної теорії, яка б змогла описати математично залежності основних силових факторів від параметрів оболонки та включень у них – отворів і вставок.

Більш того, і по сьогодні вдосконалення математичного апарату для проектування конструкцій такого типу – вкрай важлива задача для

промисловості, адже проєктувальник завжди зацікавлений в тому, щоб якомога більше характеристик конструкції, що проєктується, були точними.

З цього приводу варто відзначити, що повноцінний розв'язок задачі визначення напружено-деформованого стану (НДС) оболонкових конструкцій, в загальному випадку, можна отримати лише шляхом розв'язання систем диференціальних рівнянь у частинних похідних, які виникають в результаті постановки даних задач з т.з. варіаційного числення [4]. Як відомо, розв'язками таких задач далеко не завжди є явні функції, чи такі, які можуть бути виражені за допомогою елементарних функцій. Інакше кажучи, аналітичний розв'язок таких задач можливо отримати тільки для відносно малої множини частинних випадків [11].

Для більшості ж задач використовують числові методи їх розв'язання. В даному контексті, найбільш популярним серед них для задач знаходження НДС просторового тіла є метод скінченних елементів (МСЕ) [4, 5, 14].

Історично, він є еволюцією метода Рітца, який є методом розв'язання граничних задач варіаційного числення, в парадигмі якого ставиться задача знаходження НДС тіла, за заданими граничними умовами.

З концептуальної ж точки зору – цей метод переводить набір диференціальних рівнянь, для знаходження НДС просторового тіла, в еквівалентну йому систему лінійних рівнянь. Причому, кінцевий результат можна отримати з будь-якою наперед заданою точністю. В практичному сенсі це означає, що точність результату залежатиме напряму від кількості вузлів, по яких будується розв'язок задачі.

З розвитком галузей машинобудування та промисловості зросла потреба застосування МСЕ для проєктування різноманітних складних конструкцій, НДС яких не міг би бути обчислений традиційними методами в раціональний строк із залученням наявних ресурсів.

Так, із розвитком обчислювальної техніки МСЕ отримав програмну реалізацію і наразі посідає центральне місце серед програм для розв'язання задач прикладного проєктування. Розрахунки просторових конструкцій, вирішення задач теплопередачі, течії рідин, розповсюдження електромагнітних хвиль – це лише мала доля залучення МСЕ у сфері прикладних розрахунків. Даний метод реалізований у великих універсальних комп'ютерних пакетах програм: ANSYS, Abaqus, Fusion360, SolidWorks [8, 10], Nastran, Catia та ін.

В рамках даного навчального посібника МСЕ застосовується в складі програмного комплексу SolidWorks для визначення НДС тонких пластин і циліндричних оболонок з різноманітними отворами та включеннями.

1 АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ ЗАДАЧІ КІРША В SOLIDWORKS

1.1 Постановка задачі

Один з найважливіших предметів дослідження теорії руйнування – поведінка полів напружень в околі концентраторів дефектів і неоднорідностей середовища, порожнин і включень. Широке практичне застосування мають задачі про концентрацію напружень біля пор і отворів в конструкціях і матеріалах, нерідко їх можна звести до плоских задач про пружну площину з отворами.

У 1898 р. німецький механік Г. Кірш розв'язав задачу про одноосьовий розтяг нескінченної прямокутної пластини з малим круговим отвором, розташованим по її центру (рис. 1.1). Він побачив, що напруження різко зростає в точках на краю отвору по боках [7].

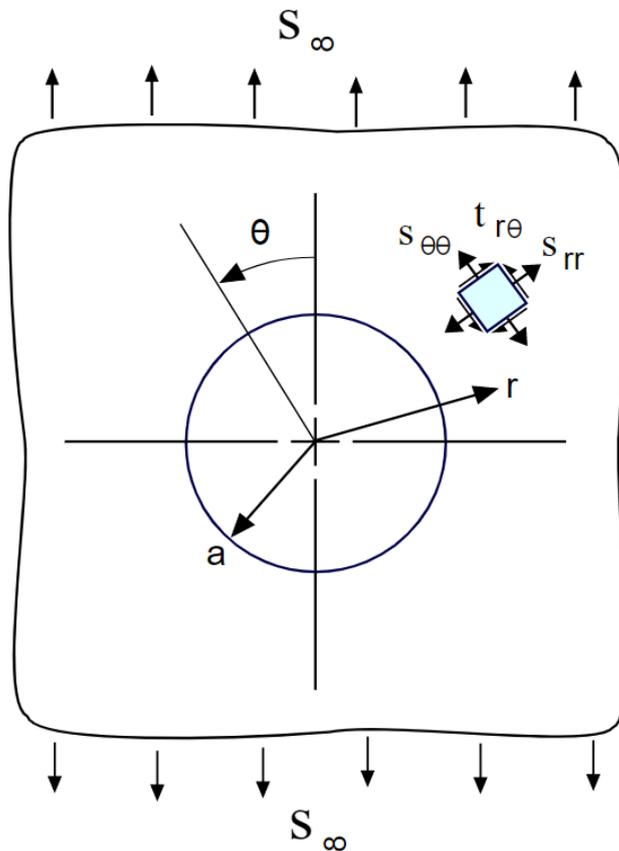


Рис. 1.1 – Задача Кірша (1898)

Напруження там втричі перевищувало значення таких, що досягалися в точках, віддалених від краю отвору, або ж значення напруження в еквівалентній суцільній пластинці, навантаженій такими ж самими силами. В той час, як виявилось, інженерні методи розрахунку занижували оцінку

небезпечних напружень майже в три рази, оскільки такий маленький отвір майже не знижував площу поперечного перерізу, яка, як здавалося, була основною складовою критерію міцності за напруженнями.

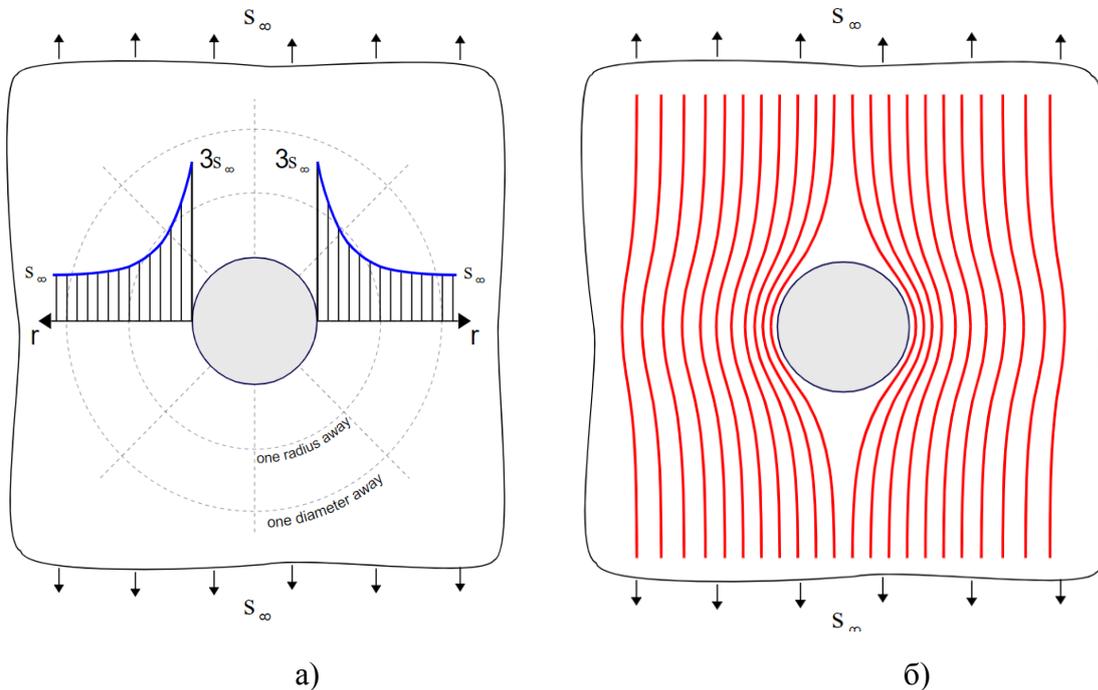


Рис. 1.2 – Розв’язок задачі Г. Кірша(1898): а) – напруження в точках на контурі отвору в 3 рази перевищують напруження в еквівалентній пластинці без отвору; б) – схематичне зображення ліній току силового поля по пластинці

Розв’язок задачі Кірша для напружень в околі отвору у різі випадку одновісного розтягу в нескінченній пластині подано на рис. 1.2. Одновісний розтяг представлений нескінченно віддаленим напруженням σ_∞ . Отвір має радіус a ; r – радіальна координата (вона не має сенсу, коли $r < a$). Значення кута $\theta = 0$ відповідає напрямку нескінченно віддаленого завантаження. Ми побачимо, що коефіцієнт концентрації напружень (ККН), що дорівнює трьом, набуває такого значення при $\theta = \pm 90^\circ$.

Відповідний розв’язок для напруженого стану навколо отвору:

$$\sigma_{rr} = \frac{\sigma_\infty}{2} \left(1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right) + \frac{\sigma_\infty}{2} \left(1 - 4 \left(\frac{a}{r} \right)^2 + 3 \left(\frac{a}{r} \right)^4 \right) \cos 2\theta;$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\sigma_\infty}{2} \left(1 + \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right) - \frac{\sigma_\infty}{2} \left(1 + 3 \left(\frac{a}{r} \right)^4 \right) \cos 2\theta;$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\sigma_\infty}{2} \left(1 + 2 \left(\frac{a}{r} \right)^2 - 3 \left(\frac{a}{r} \right)^4 \right) \sin 2\theta.$$

На «нескінченності» ($r = \infty$) член $\frac{a}{r}$ стає н.м. першого порядку, залишаючи:

$$\sigma_{rr} = \frac{\sigma_{\infty}}{2} + \frac{\sigma_{\infty}}{2} \cos 2\theta;$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\sigma_{\infty}}{2} - \frac{\sigma_{\infty}}{2} \cos 2\theta;$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\sigma_{\infty}}{2} \sin 2\theta.$$

На самому ж отворі ($r = a$) член $\frac{a}{r} = 1$, що дає:

$$\sigma_{rr} = 0;$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\infty}(1 - 2\cos 2\theta);$$

$$\tau_{r\theta} = 0.$$

Радіальне напруження σ_{rr} і напруження зсуву $\tau_{r\theta}$ дорівнюють нулю в отворі, оскільки це вільна поверхня від напружень. Саме напруження на контурі $\sigma_{\theta\theta}$ заслуговують уваги.

При $\theta = 0$ маємо $\sigma_{\theta\theta} = -\sigma_{\infty}$, тому напруження на контурі є стискальними. Однак при $\theta = \pm 90^\circ$ напруження $\sigma_{\theta\theta} = 3\sigma_{\infty}$, і в цих точках виникає концентрація напружень, ККН при цьому дорівнює 3.

Це найбільше напруження в околі отвору, а отже, саме воно порівнюється з межею текучості матеріалу для перевірки за критерієм максимальних напружень. Напружений стан є одновісним, тому максимальне значення напружень на контурі $\sigma_{\theta\theta}$ також є напруженням Фон Мізеса, яке можна прямо порівняти з межею текучості матеріалу по однойменному критерію міцності.

Зауважимо, що компоненти напружень в околі отвору не залежать від розміру самого отвору. Це пов'язано з тим фактом, що пластина нескінченно велика, тому розмір отвору несуттєвий відносно пластини.

На рис. 1.2,б проілюстровано відношення розміру отвору та його впливу на напруження навколо нього. Коефіцієнт концентрації напружень для кругового отвору, рівний 3, не залежить від розміру отвору. Дуже маленький отвір створює таку ж концентрацію напружень, як і дуже великий отвір на нескінченній пластині. Червоні криві якісно показують потік силового поля навколо отвору подібно до ліній струму в полі течії рідини. Відстань між кривими, яка є мінімальною з боків отвору, відображає концентрацію напружень.

Завдяки «висоті» отвору (величині вертикальної півосі еліпса) лінії току силового поля починають відхилятися. Для ширшого отвору потік має більше відводиться в сторону, але ширший отвір також є «вищим», тому потік сили почне відхилятися раніше. Інакше кажучи, основною характеристикою, яка впливає на поле току сили та розподіл напружень, є співвідношення між півосями еліптичного отвору, та їх величина (для кругового отвору воно інваріантне, тому ККН буде завжди 3). Більш загально, і ми побачимо це далі, ККН та поле напружень визначається (локально) радіусом кривини контуру отвору.

Цей аспект є актуальним через його контраст з випадками еліптичних отворів та горизонтальних тріщин. Можна вважати, що тріщина не має висоти, щоб забезпечити плавне відхилення ліній току сили. Тому, чим довша тріщина (ширша), тим більше потік повинен відхилятися, отже, тим більший ККН.

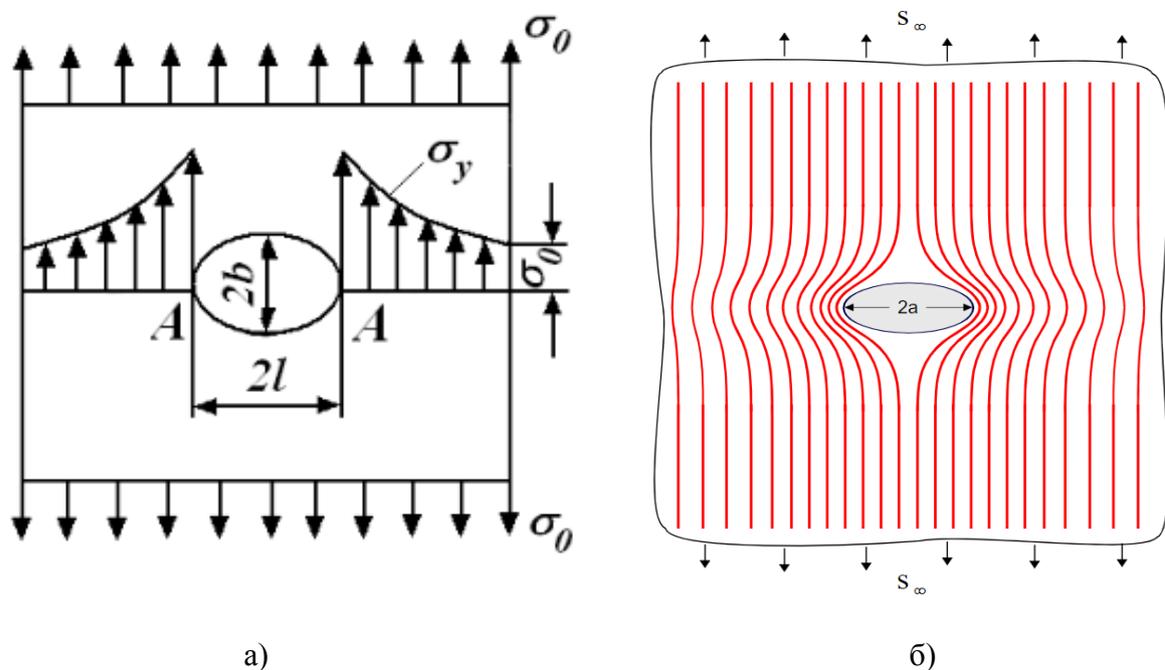


Рис. 1.3 – Розв’язок задачі Г. Колосова (1909) – К. Інгліса (1913):

а) – напруження в точках А в $(1+2l/b)$ рази перевищують напруження в еквівалентній пластинці; б) – схематичне зображення ліній току силового поля по пластинці

Розв’язки задачі про розтяг пластини з еліптичним отвором були отримані Г. Колосовим в 1909 р. та К. Інглісом у 1913 р. (рис. 1.3) [7, 11]. З’ясувалось, що найбільш небезпечні максимальні напруження визначаються кривиною отвору, а також у вершин А, де кривина максимальна, можуть досягати значень, які будуть набагато більшими, ніж значення напружень в однорідній пластинці:

$$\sigma_y = \sigma_0 \left(1 + 2 \frac{l}{b}\right).$$

В цій формулі напруження в вершинах вузького еліпса (l/b – велике) можуть набувати порівняно великих значень. Якщо в попередню формулу введемо величину ρ , яка називається радіусом кривини, то отримаємо наступну формулу

$$\sigma_y = \sigma_0 \left(1 + 2 \sqrt{\frac{l}{\rho}} \right).$$

В такому вигляді вираз для концентрації напружень може бути використаним не тільки для еліптичних отворів, але й для будь-яких отворів з малим радіусом кривини.

З точки зору аналогії з лініями току сили по пластинці, було показано, що еліпс не створюватиме такого плавного відхилення ліній току сили по висоті, як коло (рис. 1.3,б). Це призводить до зростання величини ККН. Граничним випадком буде тонка тріщина (втягнутий по горизонталі еліпс з нескінченним ексцентриситетом), яка має нульовий радіус кривини на кінцях і створює нескінченну концентрацію напружень в цих точках.

З погляду нескінченності пластини, в оригінальній постановці задачі Кірша, відношення радіуса отвору до розмірів пластини завжди є константним, оскільки воно є н.м. першого порядку.

Якщо ми розглядатимемо скінченну пластину, то розмір отвору почне грати суттєву роль в визначенні ККН на контурі отвору, оскільки відношення розмірів отвору до розмірів пластинки зростає.

У будь-якому випадку концентрація напружень визначається радіусом кривини при гострій «вершині» еліптичного отвору чи просто радіусу отвору, у випадку, коли його контур є колом.

Звичайно ж, в реальному матеріалі напруження можуть зростати тільки до певних меж і попередню формулу не можна використовувати без додаткового аналізу.

Більш того, в зоні концентрації напруження активізуються незворотні процеси, які можуть знижувати цю концентрацію (наприклад, в пластичних матеріалах, отвори в яких під навантаженням видовжуються, а радіус кривини зростає). Часто буває так, що в цій зоні трапляється поступове накопичення пошкоджень, які призводять до появи тріщин (наприклад, виснаження металу).

Отже, концентрацію напружень слід враховувати в розрахунках на міцність. Необхідний також обґрунтований розрахунок конструкції із закріпленнями, які вводяться для запобігання руйнуванню, оскільки вони самі можуть бути концентраторами напружень.

1.2 Опис алгоритму

Розглянемо алгоритм розв'язання класичної задачі Кірша із застосуванням стандартного програмного комплексу. Для розрахунків використовується пакет МСЕ-аналізу SolidWorks 2020 SP4.

Вважаємо, що пластина є нескінченною, якщо співвідношення діаметра отвору до її сторони не більше ніж 1:5 [11] (наприклад, $a \times a = 0,2 \times 0,2$ м; $r = 0,02$ м).

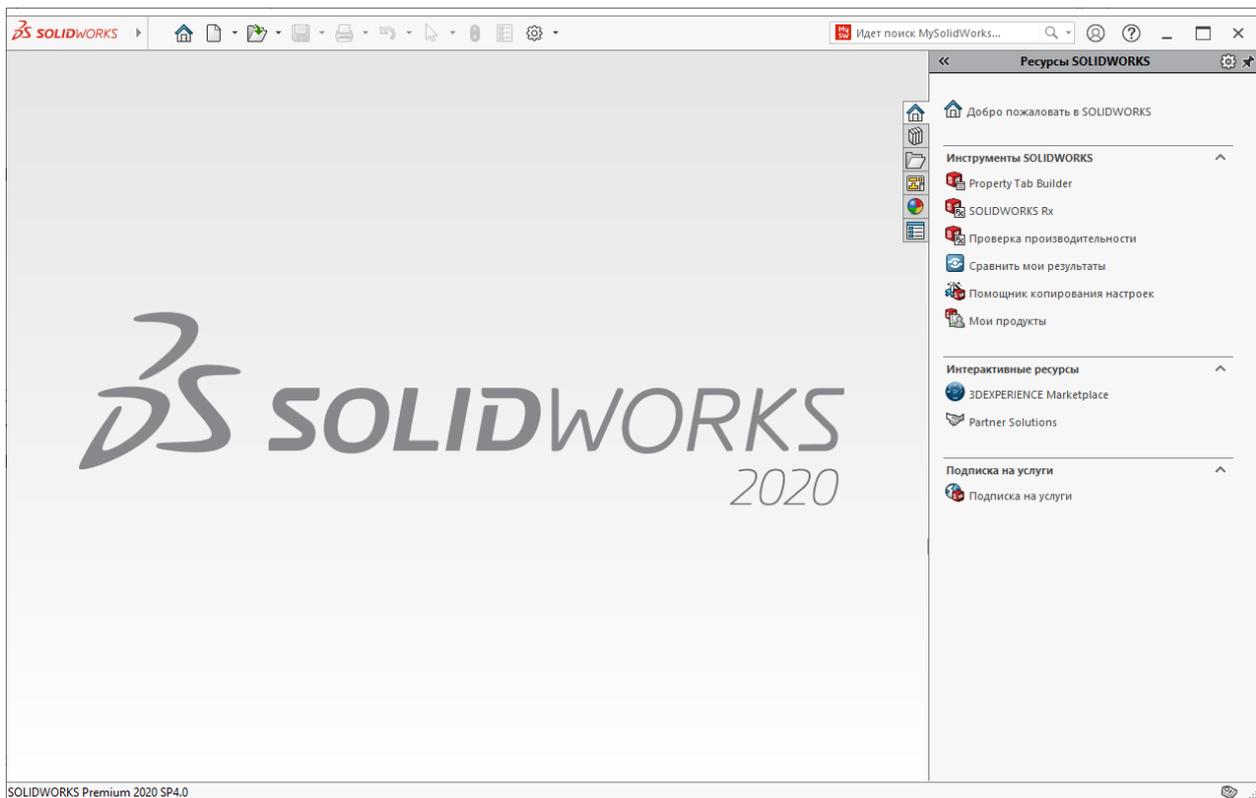


Рис. 1.4 – Меню SolidWorks

Порядок виконання дій для розв'язання даної задачі в пакеті МСЕ-аналізу SolidWorks:

1. Відкриваємо Solid Works.
2. Вибраємо підпункт меню «Створити».

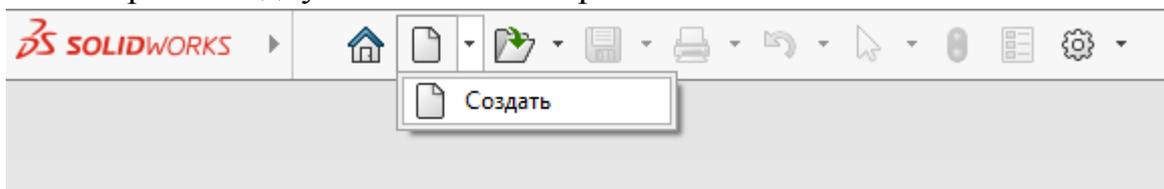


Рис. 1.5 – Створення нового документа

3. У вікні, що з'явилося, вибираємо «Деталь», и натискаємо «ОК».

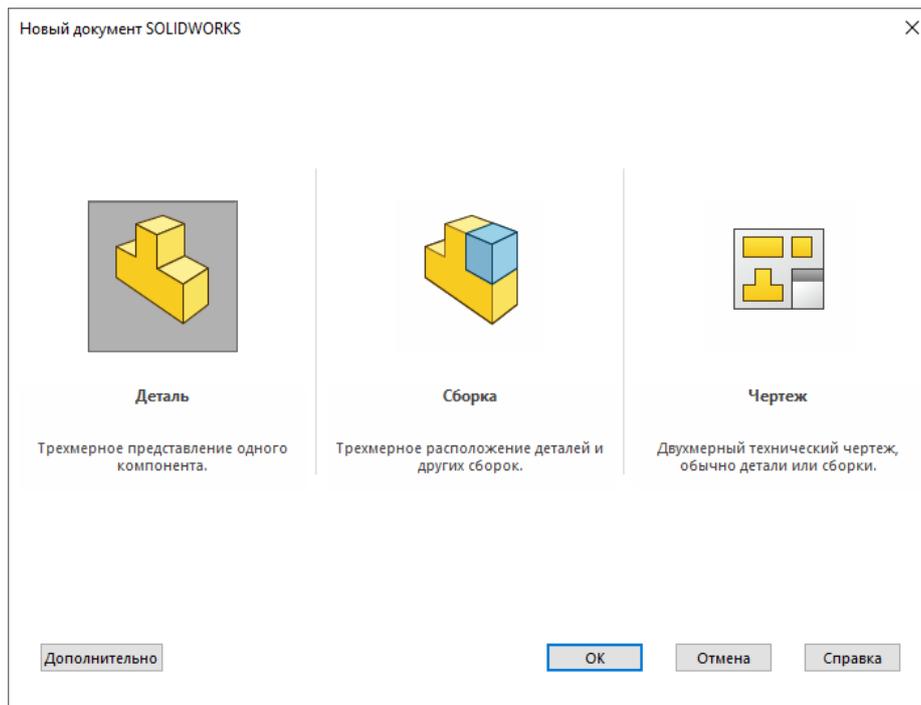


Рис. 1.6 – Створення нового документа

4. Вибираємо площину «спереду» у дереві конструювання.

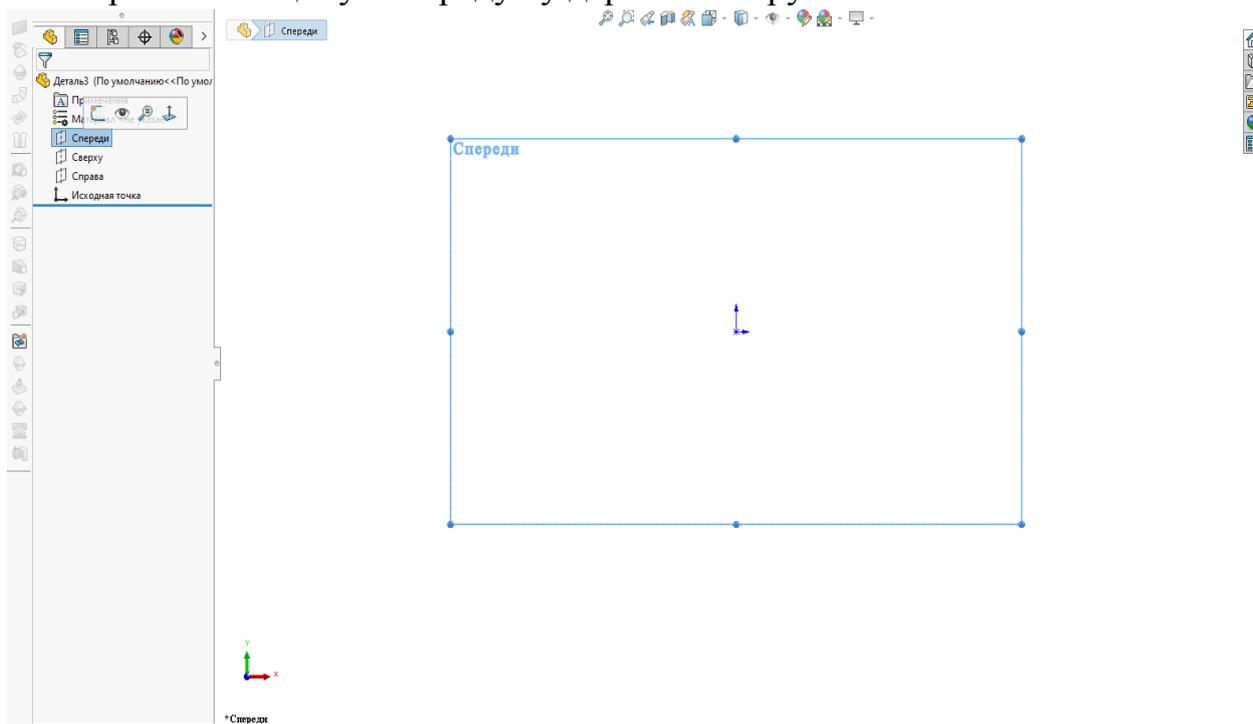


Рис. 1.7 – Створення ескізу

5. На площині «Спереду» створюємо новий ескіз. Для цього у розділі меню «Ескіз» натискаємо на пункт «Прямокутник із центру» і створюємо квадрат, розміром 200 на 200 мм.

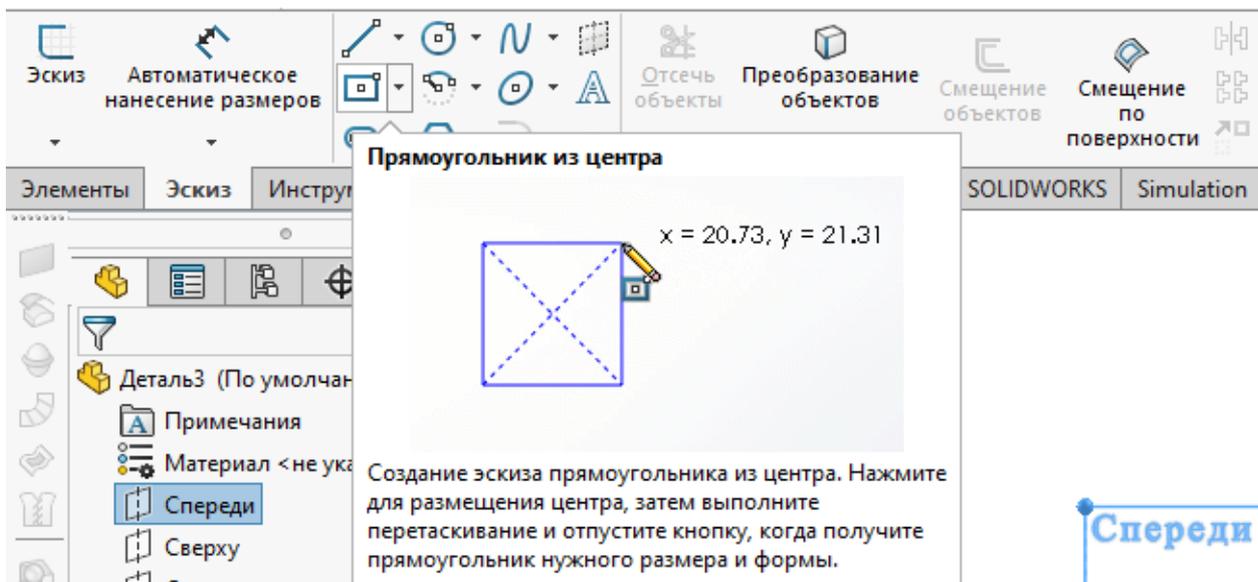


Рис. 1.8 – Створення ескізу

6. Одразу буває складно створити фігуру необхідного розміру, тому розміри можна задавати пізніше. Для цього потрібно натиснути на пункт «Автоматичне нанесення розмірів», вибрати сторону прямокутника та у вікні, що з'явилося, задати розмір.

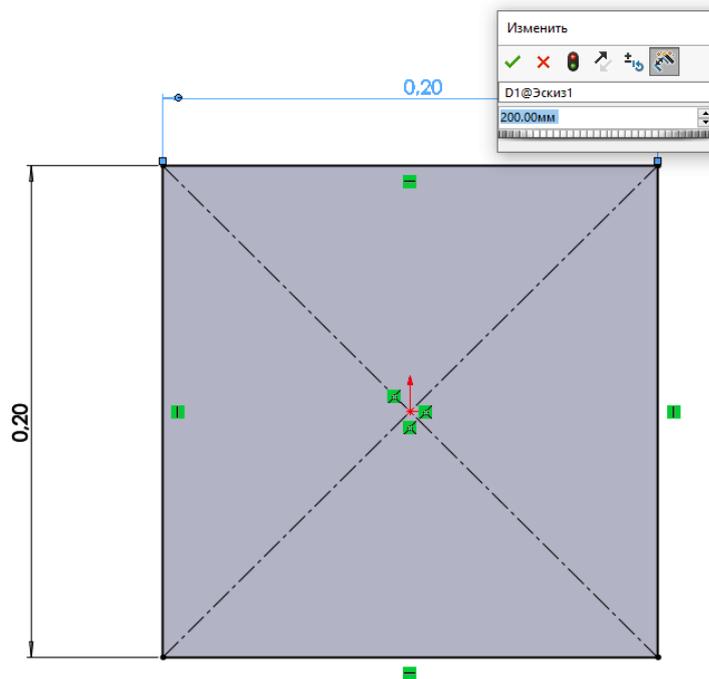


Рис. 1.9 – Завдання розмірів

7. Далі, щоб створити круговий отвір, в ескізі нашої пластини натискаємо у розділі меню «Ескіз» на пункт «Коло».

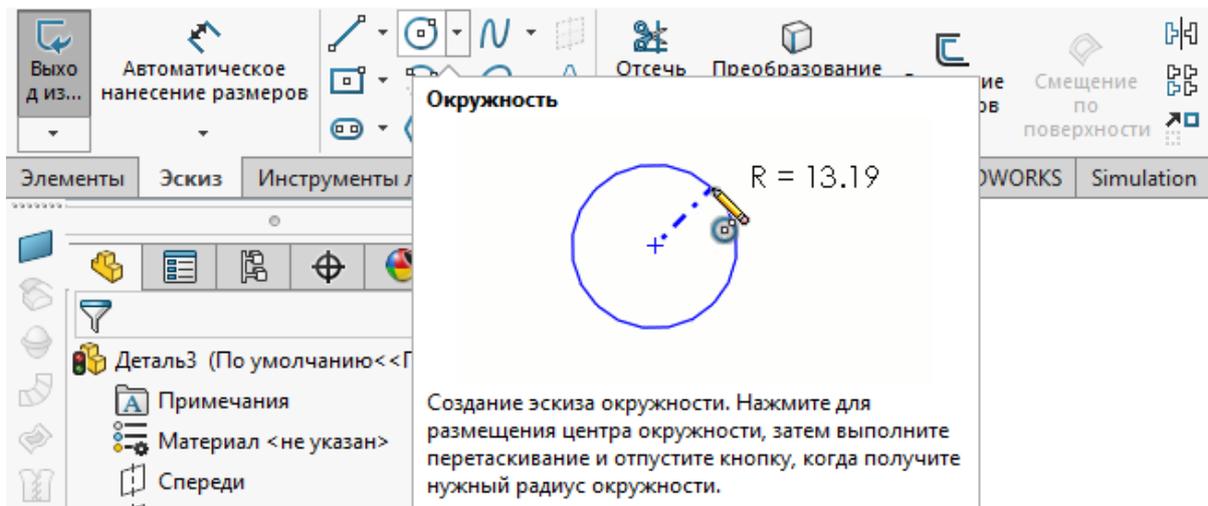


Рис. 1.10 – Створення отвору

8. Створюємо в центрі ескізу пластини коло і потім в лівій частині задаємо радіус отвору (20 мм).

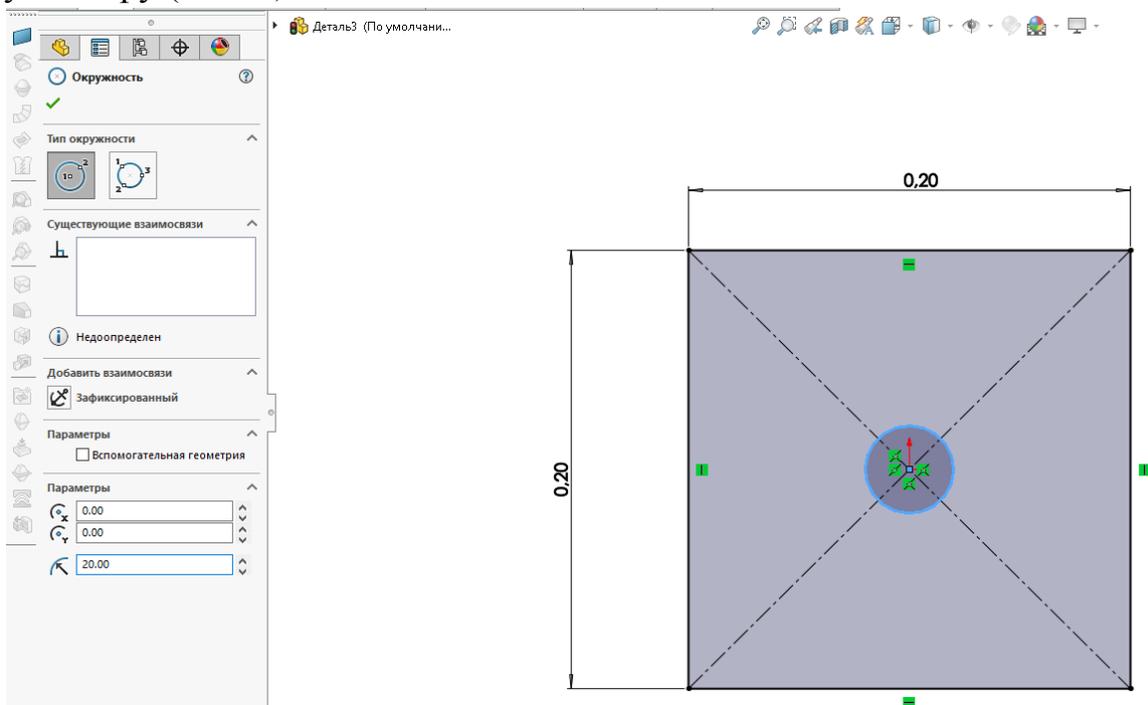


Рис. 1.11 – Завдання розмірів отвору

9. Ескіз пластини з отвором створено, тому натискаємо на пункт меню «Вихід з ескізу».

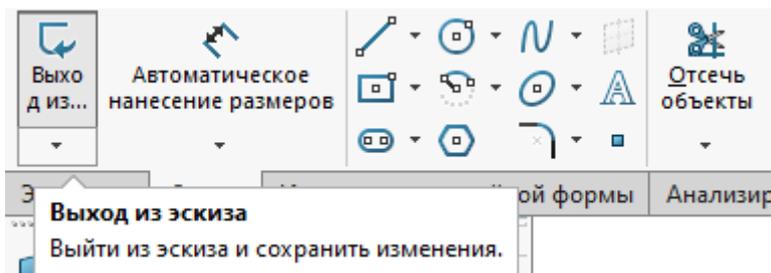


Рис. 1.12 – Вихід з ескізу

10. Тепер, щоб задати товщину пластини, вибираємо наш ескіз, натиснувши на нього в дереві конструювання, переходимо у розділ меню «Елементи» і натискаємо на пункт «Витягнута основа».

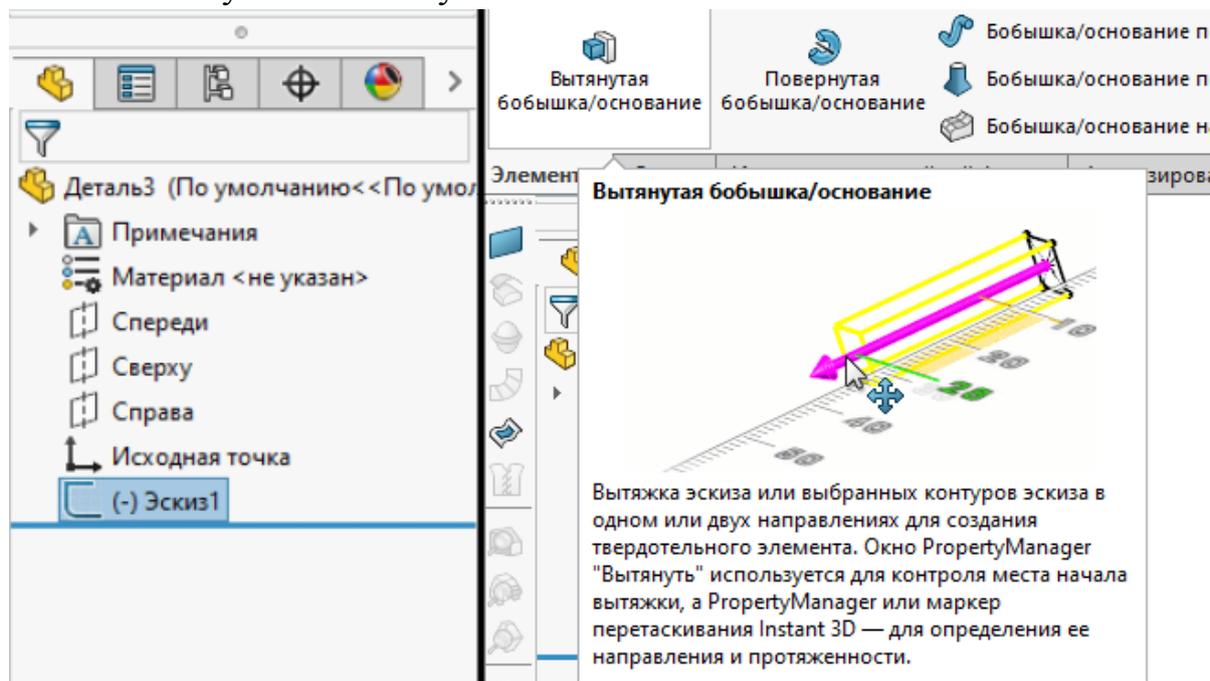


Рис. 1.13 – Завдання товщини пластини

11. Після натискання на пункт «Витягнута основа», зліва з'являється налаштування, де можна задати товщину нашої пластини (5 мм). Далі натискаємо на зелену галочку.

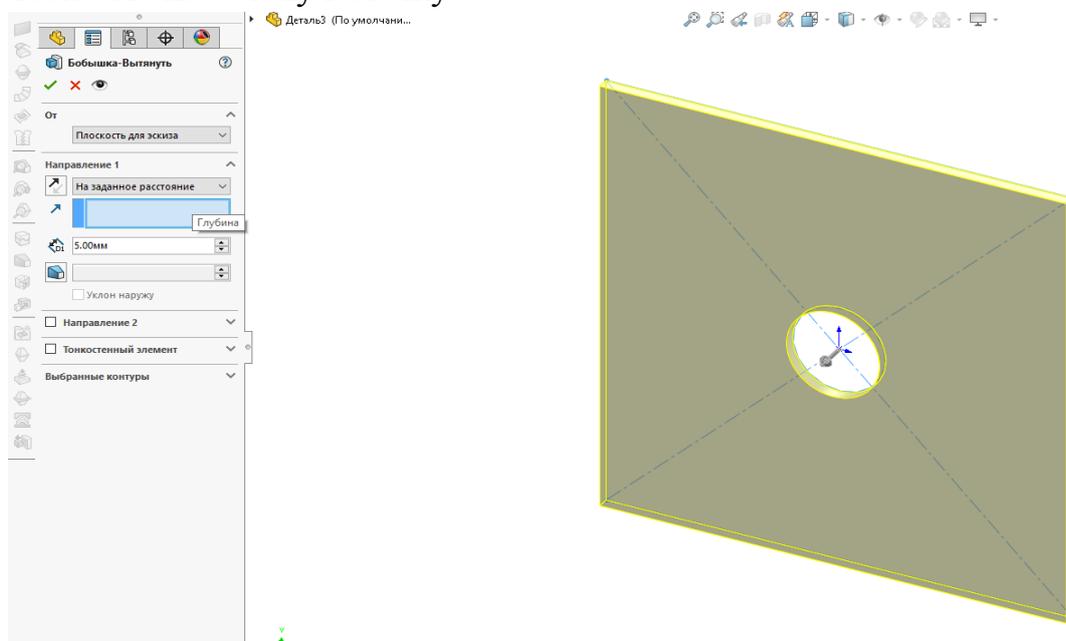


Рис. 1.14 – Завдання товщини пластини

12. Пластина створена. Далі переходимо у розділ меню «Simulation» і натискаємо на пункт «Нове дослідження».

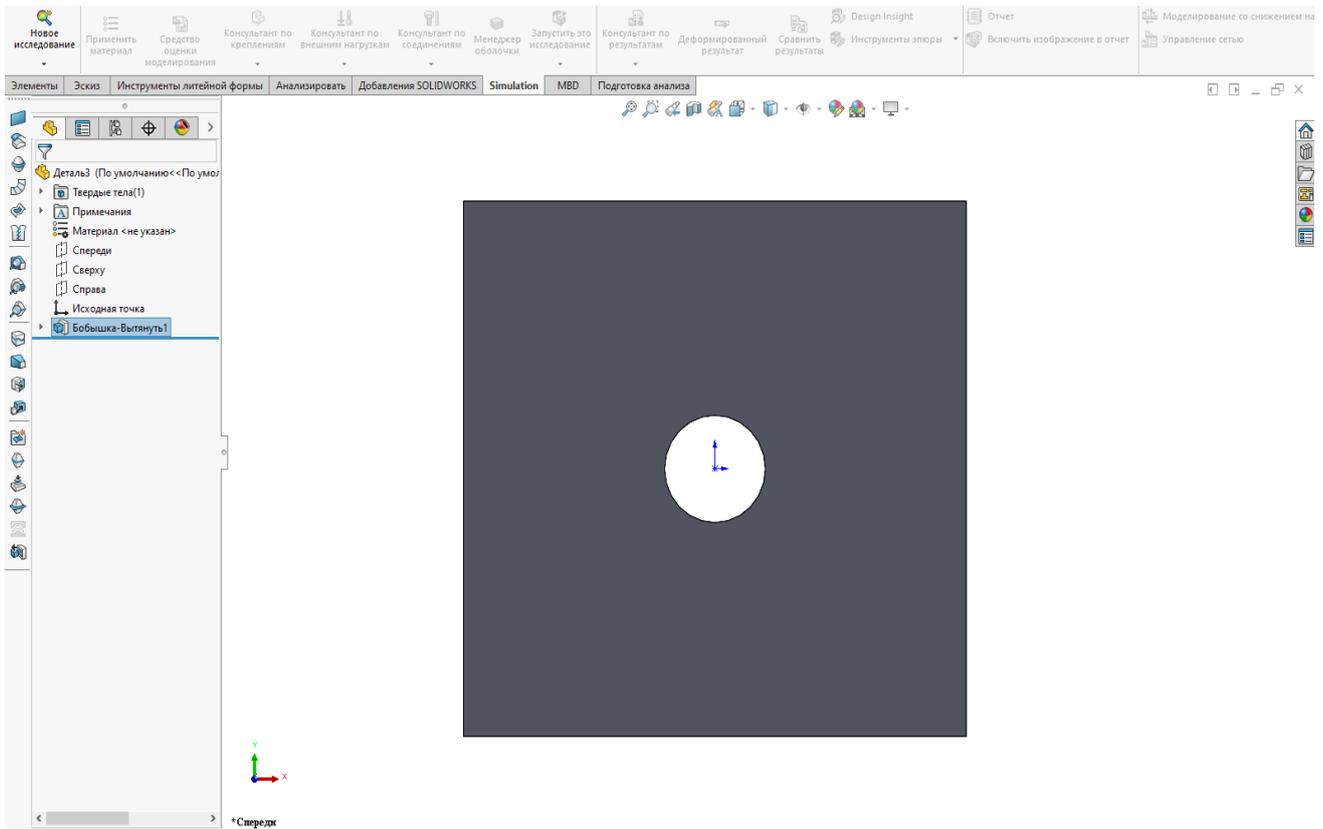


Рис. 1.15 – Створення нового дослідження

13. Зліва у властивостях дослідження вибираємо «Статичний аналіз» і ставимо галочку «Використовувати 2D спрощення».

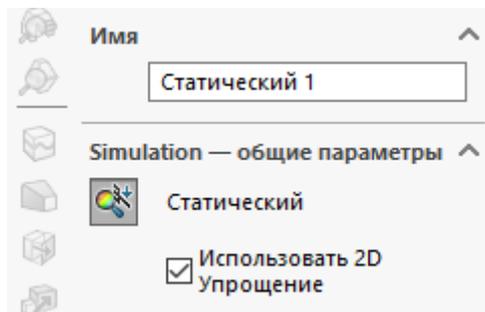


Рис. 1.16 – Налаштування параметрів дослідження

14. Потім треба вибрати тип дослідження. Для нашої задачі доцільно використовувати «Плоске деформирования». Також треба задати «площину размещения», для цього натискаємо на грань пластины. Нижче задаємо глубину перерезу, яка дорівнює товщині нашої пластины (5 мм) і натискаємо «ОК».

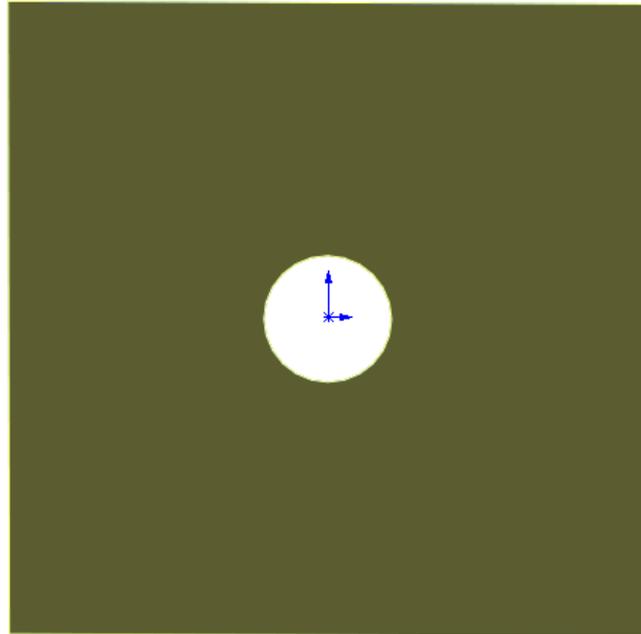
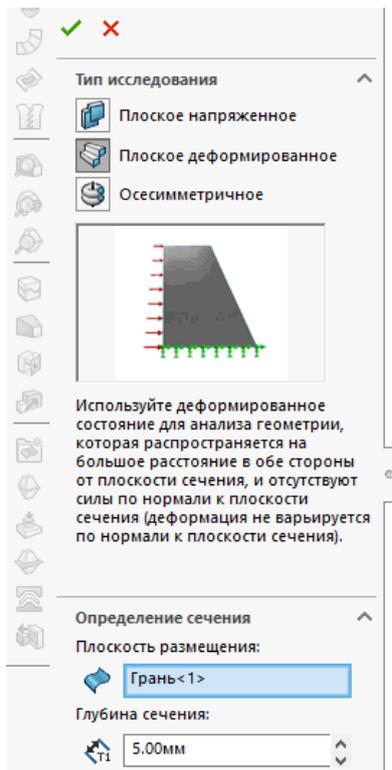


Рис. 1.17 – Налаштування параметрів 2D спрощення

15. Правою кнопкою миші натискаємо «Деталь» у дереві конструювання, та у списку, що з'явився, вибираємо «Застосувати/редагувати матеріал». Після цього відкриться вікно зі списком матеріалів та їх властивостями, та вибираємо «Лита вуглецева сталь». Далі натискаємо «Застосувати» і «закрити».

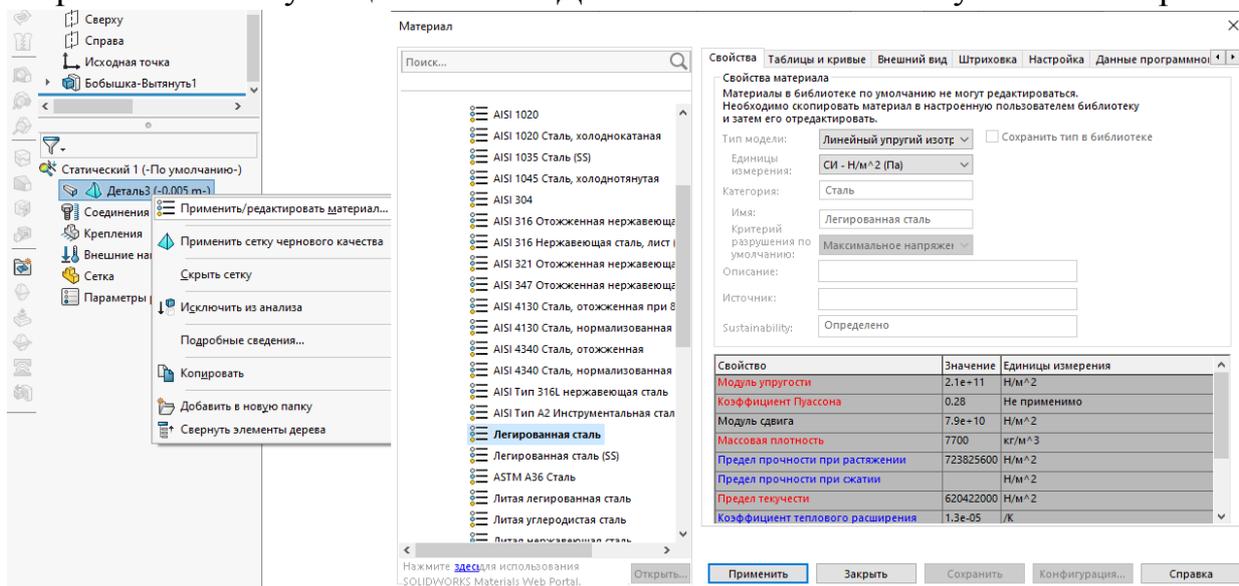


Рис. 1.18 – Вибір матеріалу пластини

16. Для того щоб задати навантаження, натискаємо правою кнопкою миші на пункт «Зовнішні навантаження», та вибираємо у списку «Тиск». Потім вибираємо сторони пластини до яких буде прикладене навантаження. Нижче

задаємо величину та розмірність тиску. Також в даному випадку (це видно із графічного зображення навантаження до пластини) треба поставити галочку «Реверс напрямлення», щоб отримати розтягувальні навантаження.

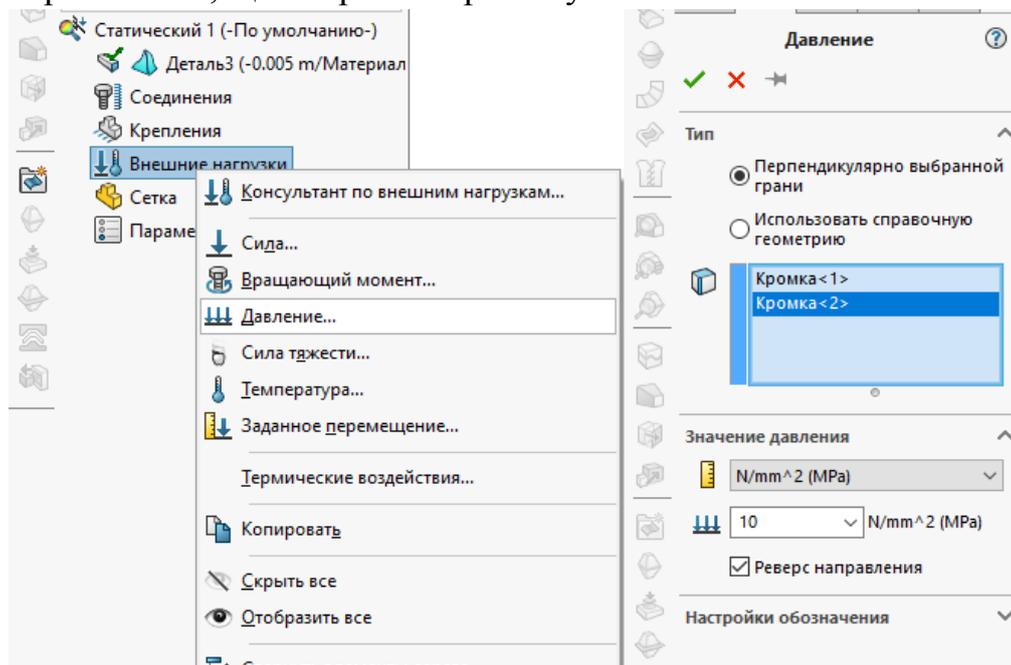


Рис. 1.19 – Завдання навантаження

17. Далі потрібно створити сітку. Щоб отримати більш точні результати, навколо отвору треба застосовувати сітку меншого розміру (подрібнену, адаптовану сітку). Для цього правою кнопкою миші натискаємо на пункт «Сітка» та вибираємо «Застосувати елемент керування сіткою». Потім натискаємо на круговий отвір, вибираємо розміри сітки (1 мм) та натискаємо «ОК».

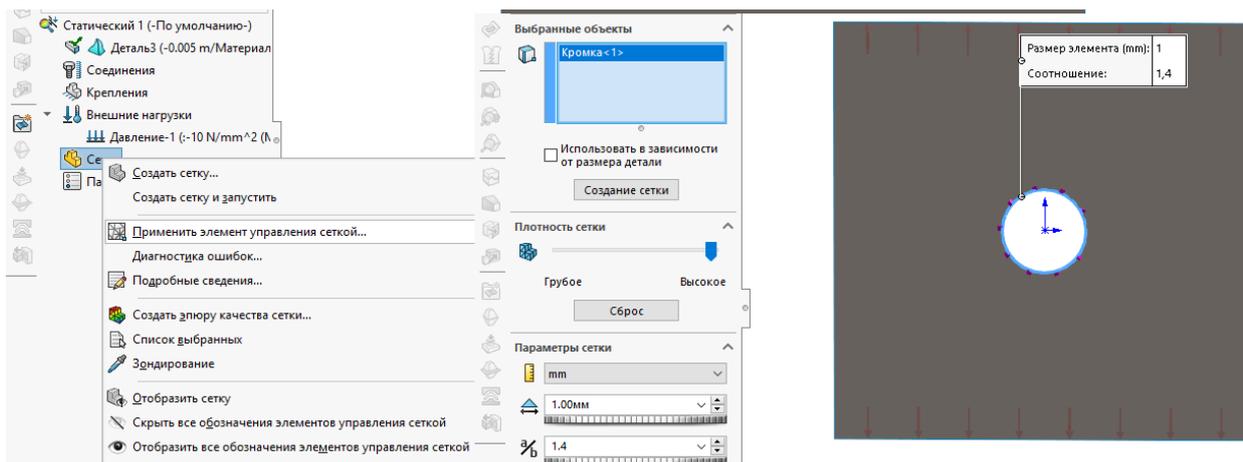


Рис. 1.20 – Створення адаптивної сітки

18. Потім правою кнопкою миші натискаємо на пункт «Сітка» та вибираємо «Створити сітку». У пункті «Параметри сітки» задаємо розмір скінченних елементів 8 мм, та натискаємо «ОК». Бачимо побудовану сітку.

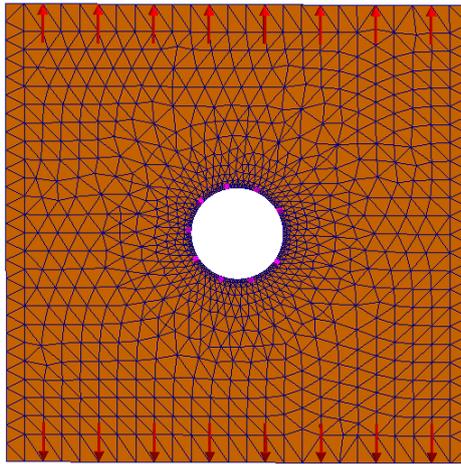


Рис. 1.21 – Створення сітки

19. Тепер правою кнопкою миші натискаємо на пункт «Статичний» та вибираємо «Властивості». У вікні, що відкрилося, ставимо галочку «Використовувати інерційне розвантаження» та натискаємо «ОК».

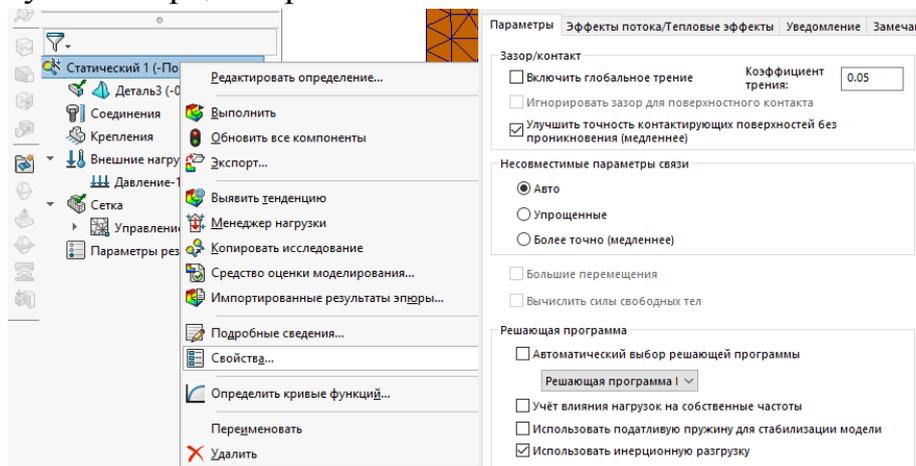


Рис. 1.22 – Використання інерційного розвантаження

20. У пункті меню «Simulation» натискаємо «Запустити це дослідження» і отримуємо графічні результати.

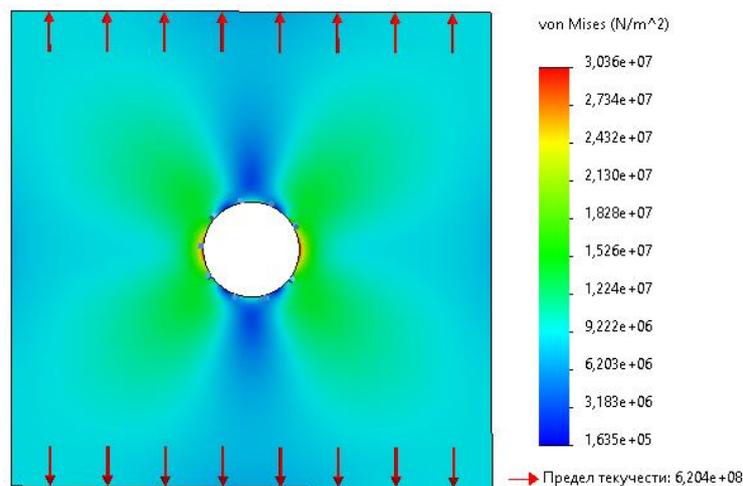


Рис. 1.23 – Інтенсивність напружень в пластині

21. Для створення графіка по розгортці отвору, натискаємо правою кнопкою миші на шкалу та вибираємо «Зондування». У налаштуваннях, які з'явилися зліва, вибираємо пункт «Для вибраних об'єктів», натискаємо на кромку отвору та на кнопку «Оновити». В розділі «Параметри звіту» натискаємо на значок «Епюра» і отримуємо графік по розгортці отвору.

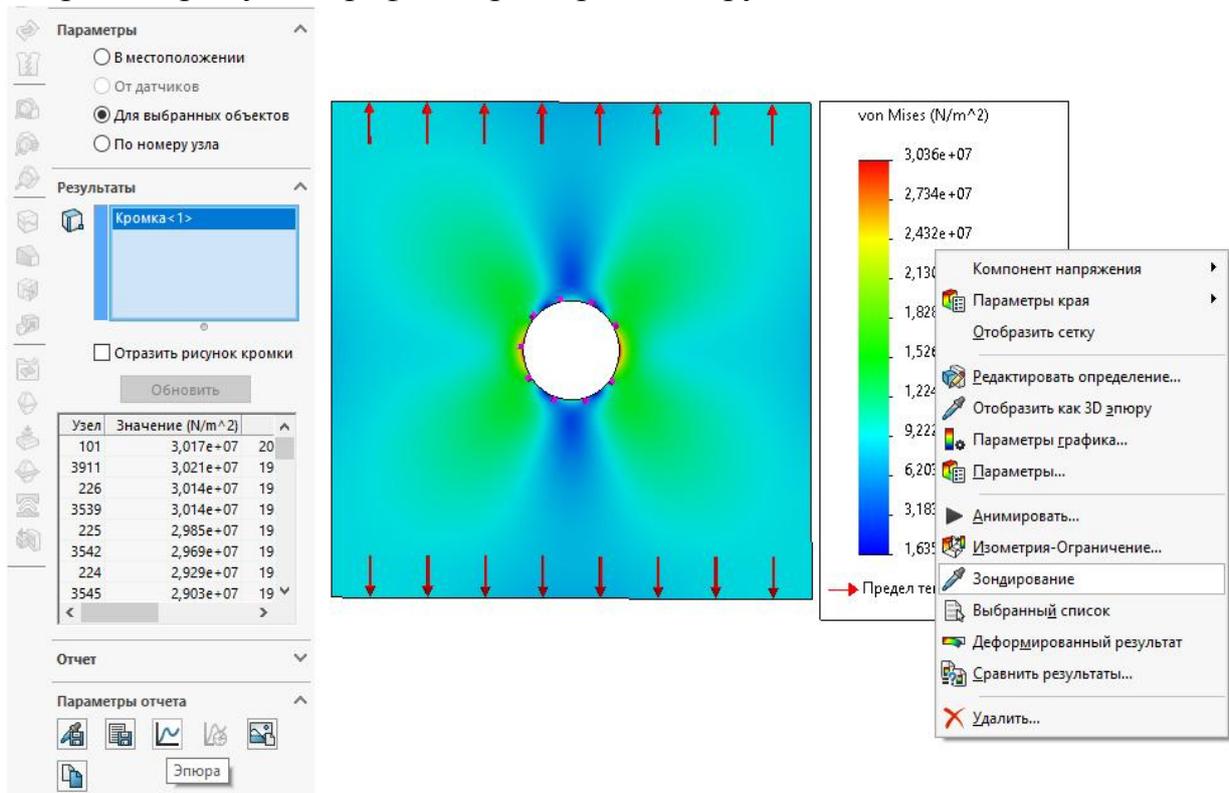


Рис. 1.24 – Створення графіка по розгортці отвору

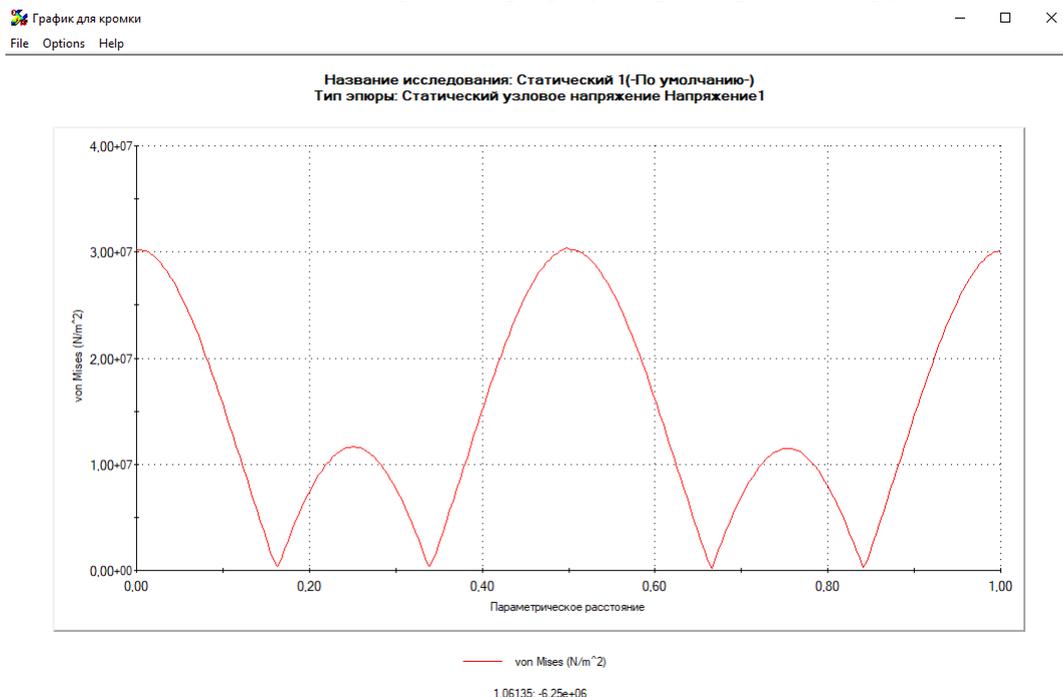


Рис. 1.25 – Графік розподілу інтенсивності напружень по розгортці отвору

2 РОЗРАХУНКОВА РОБОТА №1

Визначення напружено-деформованого стану тонкої пластини і товстої плити з отворами з урахуванням деконцентраторів напружень

2.1 Постановка задачі

Дана пружна однорідна ізотропна прямокутна пластинка товщини h , розмірами $l_1 \times l_2$, яка послаблена двома отворами, розташованими на відстані l між їх центрами. Пластинка знаходиться під дією рівномірного одновісного навантаження розтягу. Товщина пластинки може варіюватися. Для визначеності розглянемо *кругові отвори*.

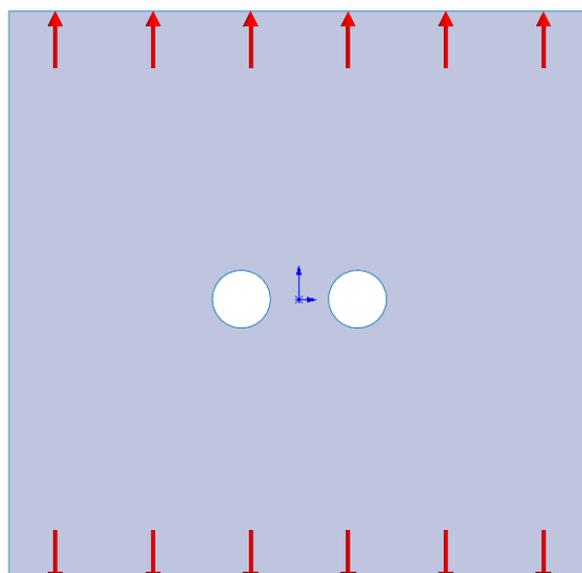


Рис. 2.1 – Схема навантаження пластини

Матеріал пластинки – легрована сталь ($E = 210 \text{ ГПа}$, $\nu=0,3$); розміри пластинки: $0,2 \times 0,2 \text{ м}$; навантаження розтягу: $p=10 \text{ МПа}$; радіуси отворів: $r_1 = r_2 = 0,01 \text{ м}$, $l = 4r$; товщина пластинки $h=0,005 \text{ м}$.

Необхідно побудувати математичну модель задачі та визначити НДС пластинки.

2.2 Опис алгоритму

Нижче наведено алгоритм розв'язування даної задачі.

1. Повторюємо кроки 1–6 алгоритму розв'язування задачі Кірша (див. п. 1.2, стор. 11–13).
2. Створюємо на ескізі пластинки два кола і потім в лівій частині екрана задаємо радіуси кожного з отворів (10 мм) та розташування їх центрів так, щоб відстань між ними була 40 мм.

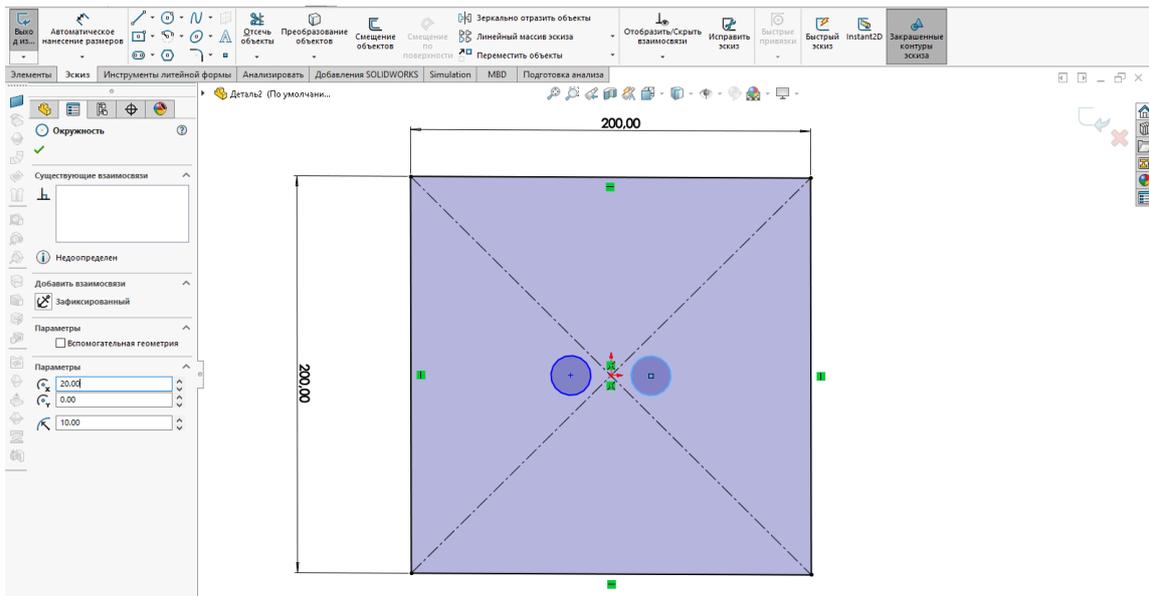


Рис. 2.2 – Завдання розмірів отвору

3. Ескіз пластини з отворами створено, тому натискаємо на пункт меню «Вихід з ескізу».

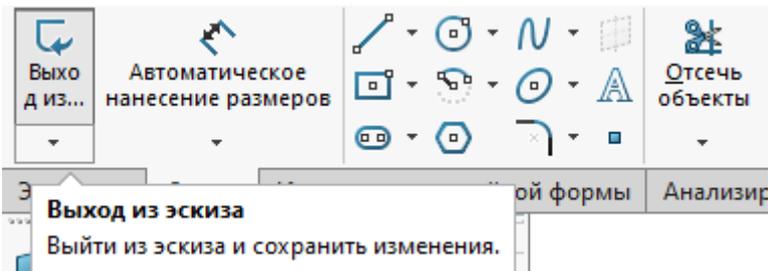


Рис. 2.3 – Вихід з ескізу

4. Тепер, щоб задати товщину пластини, вибираємо наш ескіз, натиснувши на нього в дереві конструювання, переходимо у розділ меню «Елементи» і натискаємо на пункт «Витягнута основа».

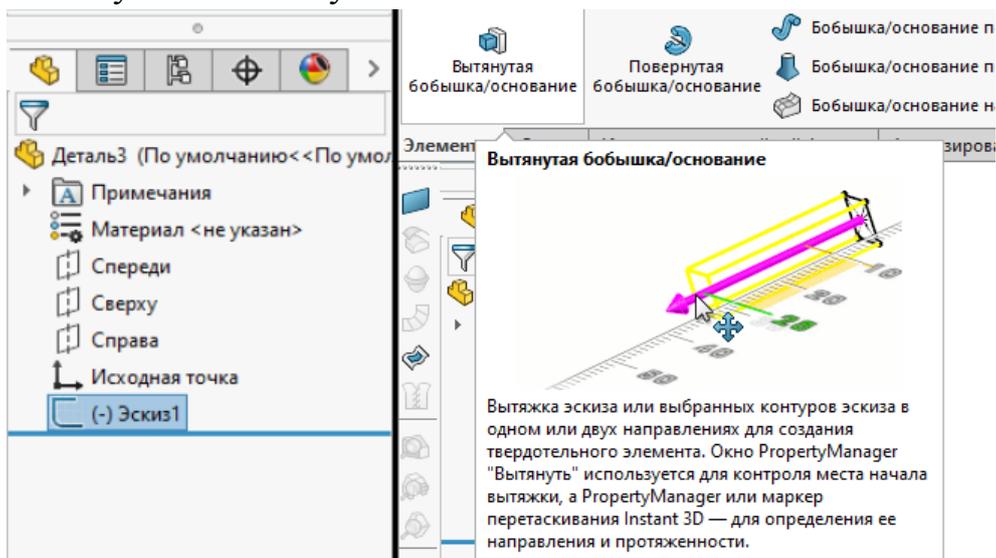


Рис. 2.4 – Завдання товщини пластини

5. Після натискання на пункт «Витягнута основа», зліва з'являється налаштування, де можна задати товщину нашої пластини (5 мм). Далі натискаємо на зелену галочку.

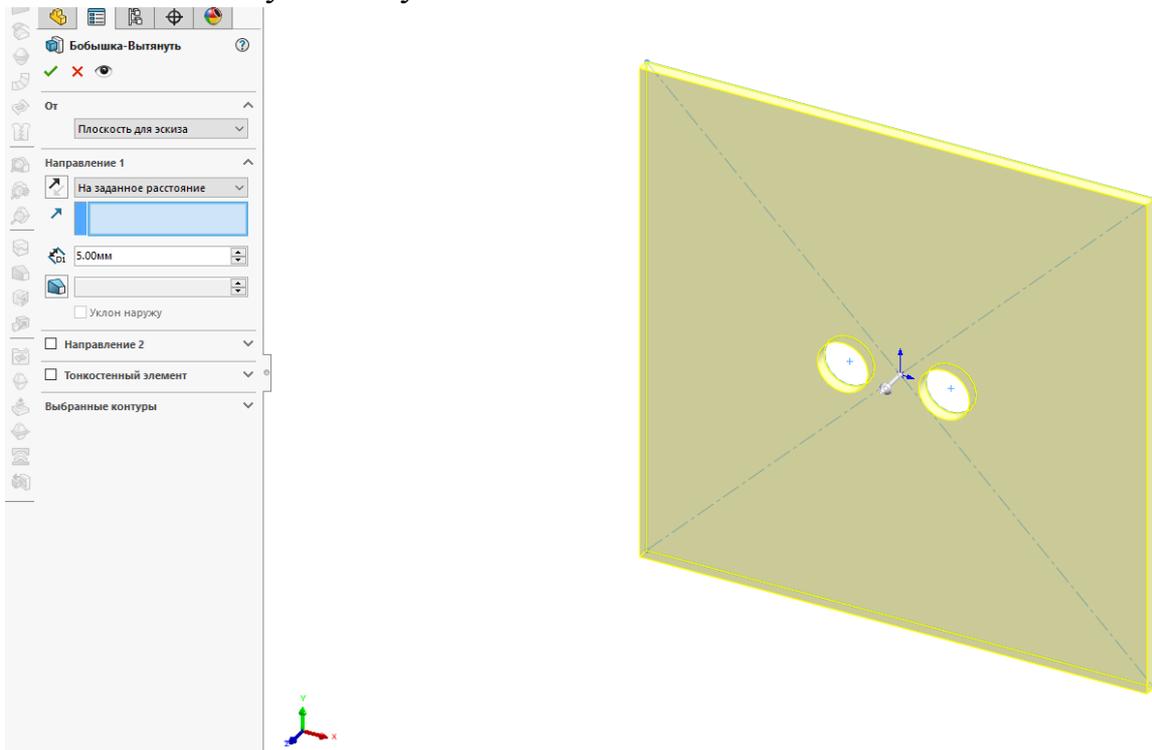


Рис. 2.5 – Завдання товщини пластини

6. Пластина створена. Далі переходимо у розділ меню «Simulation» і натискаємо на пункт «Нове дослідження».

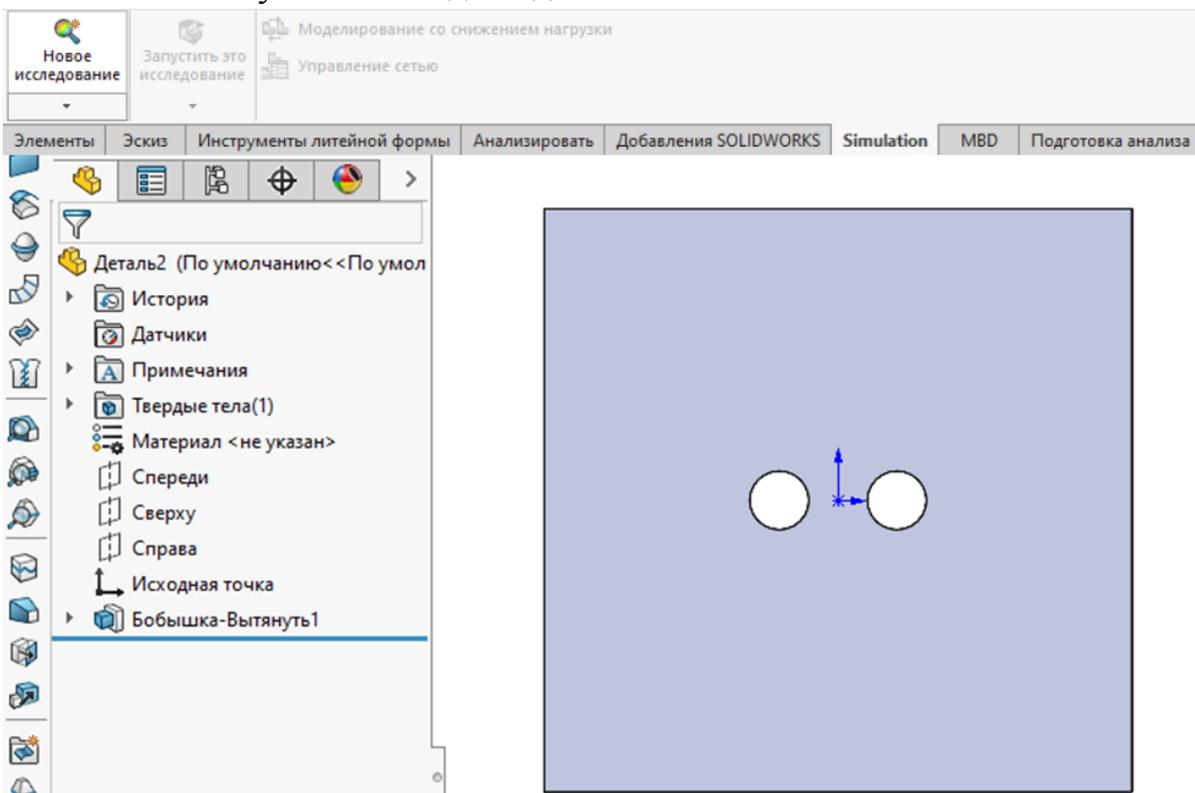


Рис. 2.6 – Створення нового дослідження

7. Зліва у властивостях дослідження вибираємо «Статичний аналіз» і ставимо галочку «Використовувати 2D спрощення».

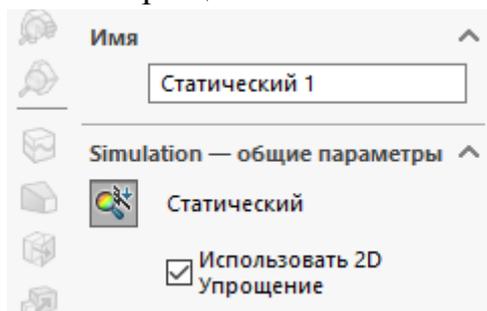


Рис. 2.7 – Налаштування параметрів дослідження

8. Потім треба вибрати тип дослідження. Для нашої задачі доцільно використовувати «Плоске деформованя». Також треба задати «Площину розміщення», для цього натискаємо на грань пластини. Нижче задаємо глибину перерізу, яка дорівнює товщині нашої пластини (5 мм) і натискаємо «ОК».

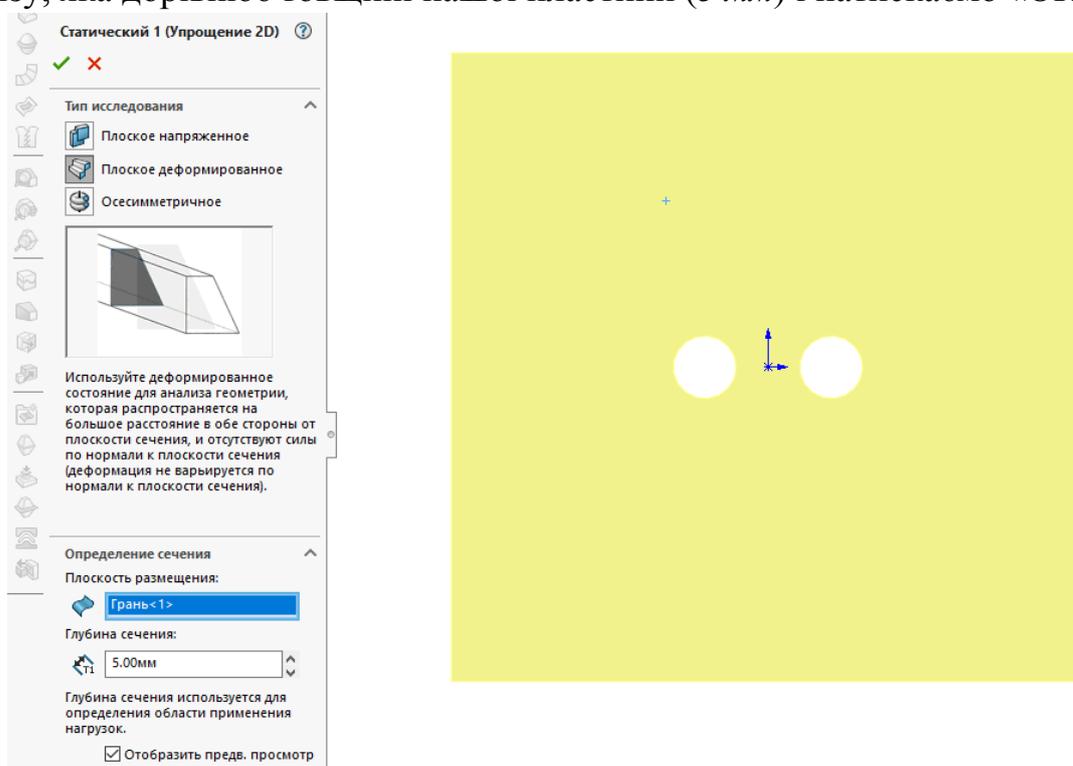


Рис. 2.8 – Налаштування параметрів 2D спрощення

9. Правою кнопкою миші натискаємо «Деталь» у дереві конструювання, та у списку, що з'явився вибираємо «Застосувати/редагувати матеріал». Після цього відкриється вікно зі списком матеріалів та їх властивостями, та вибираємо «Легована сталь». Далі натискаємо «Застосувати» і «закрити».

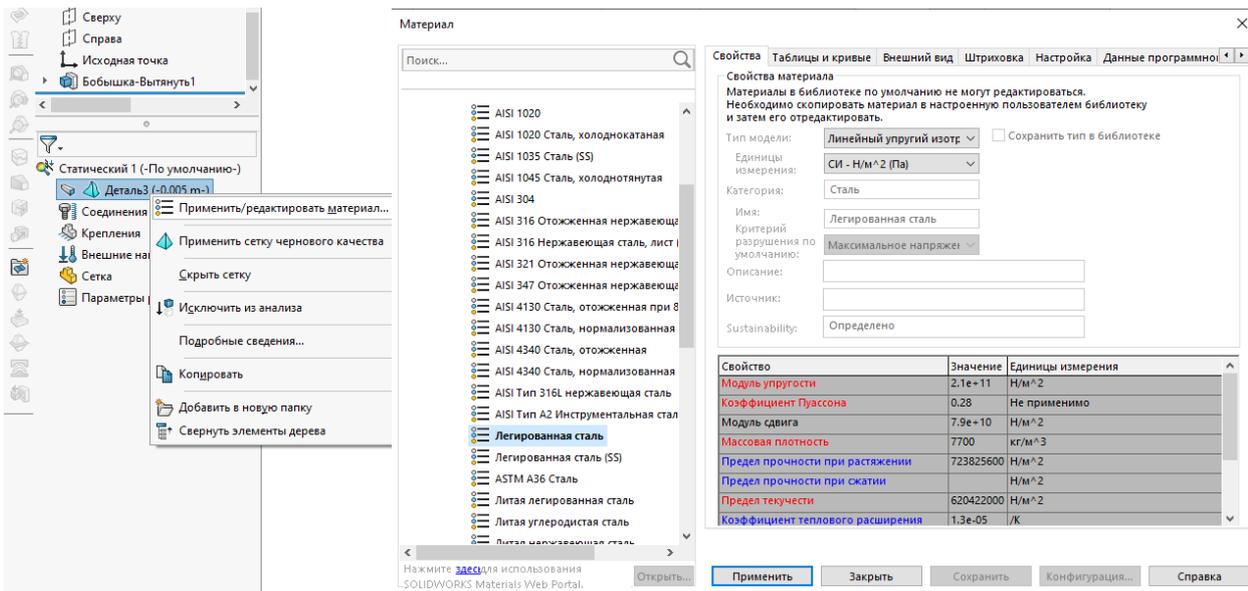


Рис. 2.9 – Вибір матеріалу пластини

10. Для того щоб задати навантаження, натискаємо правою кнопкою миші на пункт «Зовнішні навантаження», та вибираємо у списку «Тиск». Потім вибираємо сторони пластини до яких буде прикладене навантаження. Нижче задаємо величину та розмірність тиску. Також в даному випадку (це видно із графічного зображення навантаження до пластини) треба поставити галочку «Реверс напрямлення», щоб отримати розтягувальні навантаження.

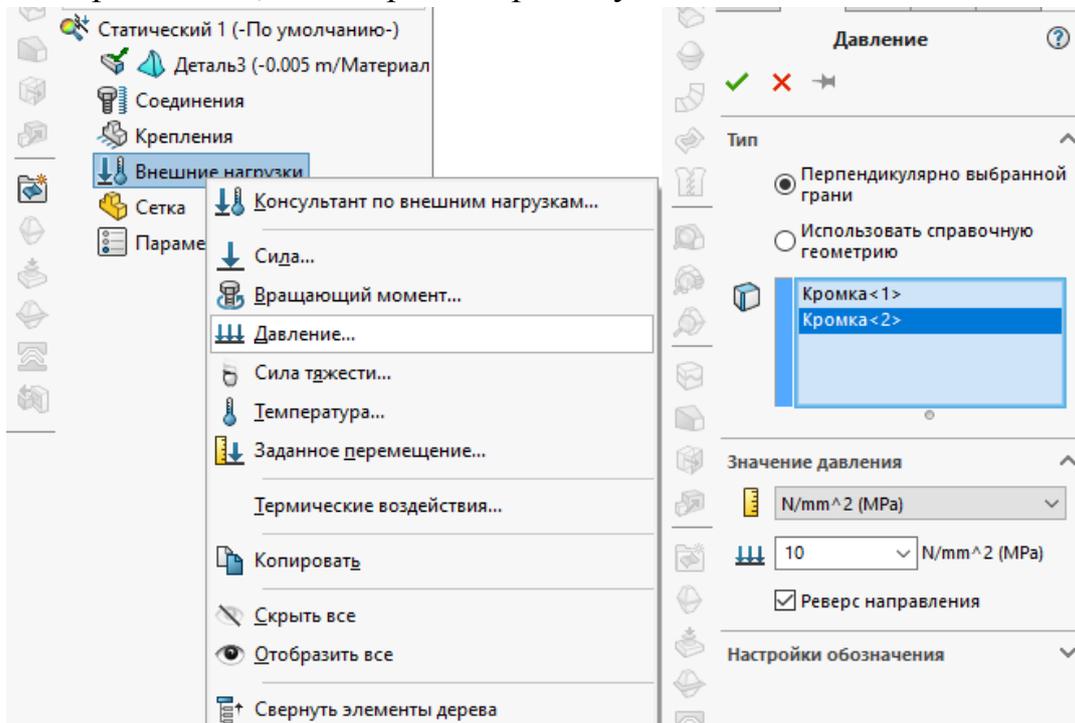


Рис. 2.10 – Завдання навантаження

11. Далі потрібно створити сітку. Щоб отримати більш точні результати, навколо отвору треба застосовувати адаптивну сітку (меншого розміру). Для

цього правою кнопкою миші натискаємо на пункт «Сітка» та вибираємо «Застосувати елемент керування сіткою». Потім натискаємо на кругові отвори, вибираємо розміри сітки (1 мм) та натискаємо «ОК».

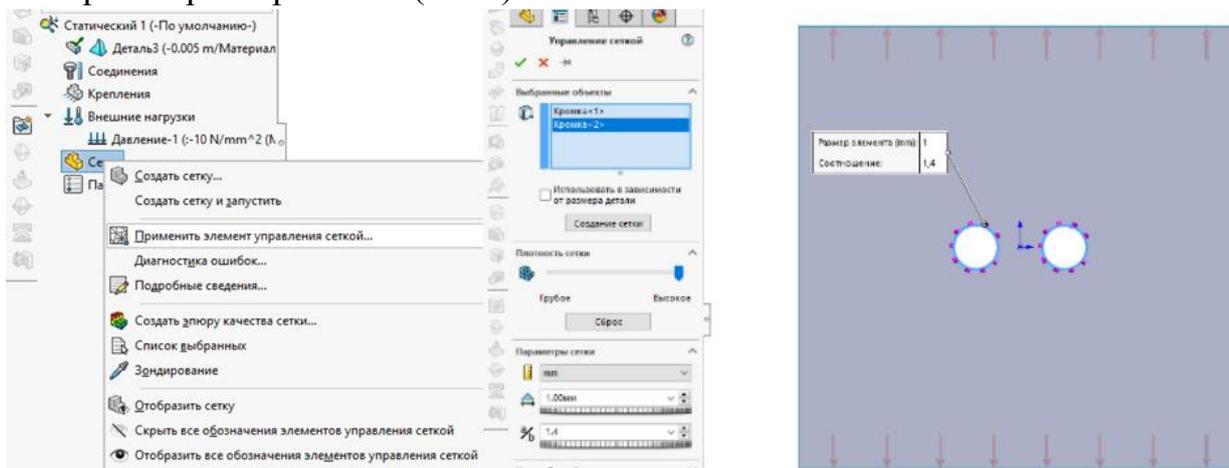


Рис. 2.11 – Створення адаптивної сітки

12. Потім правою кнопкою миші натискаємо на пункт «Сітка» та вибираємо «Створити сітку». У пункті «Параметри сітки» задаємо розмір скінченних елементів 8 мм, та натискаємо «ОК». Бачимо побудовану сітку.

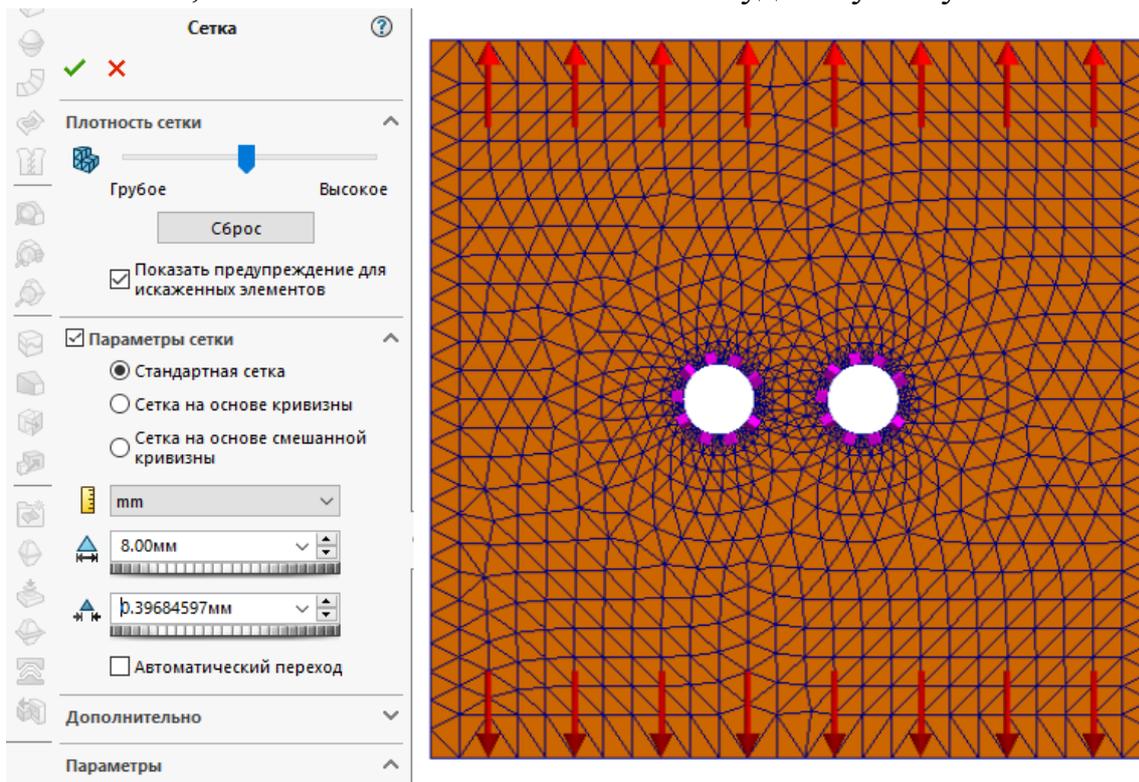


Рис. 2.12 – Створення сітки

13. Тепер правою кнопкою миші натискаємо на пункт «Статичний» та вибираємо «Властивості». У вікні, що відкрилося ставимо галочку «Використовувати інерційне розвантаження» та натискаємо «ОК».

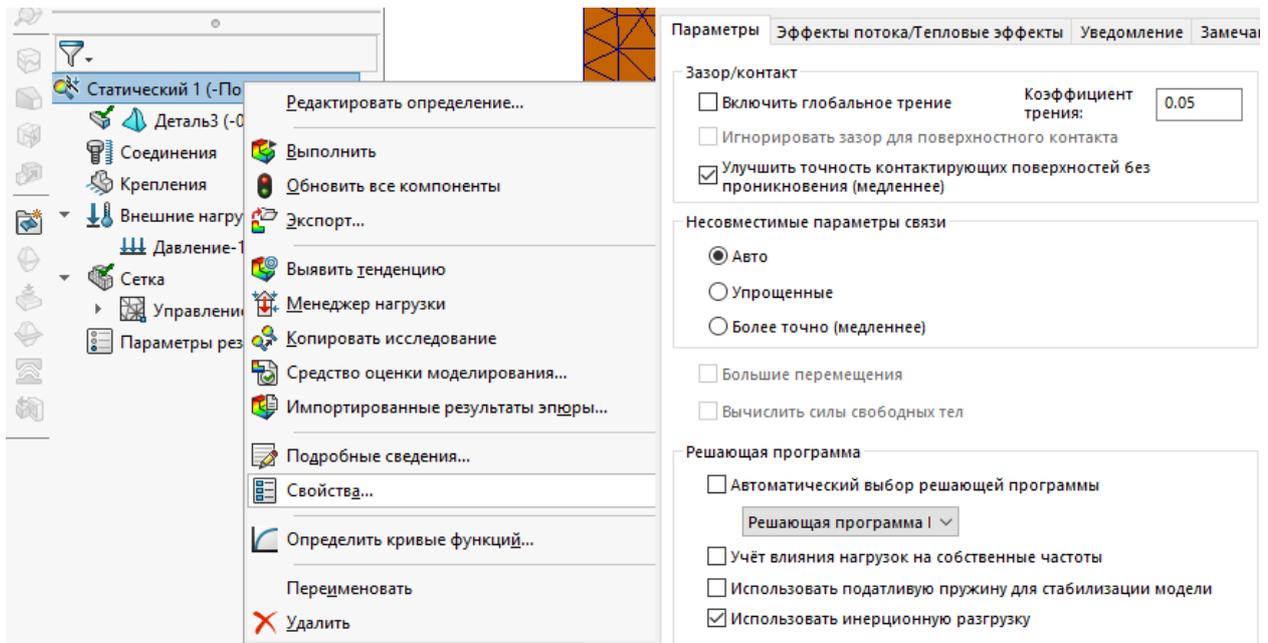


Рис. 2.13 – Використання інерційного розвантаження

14. У пункті меню «Simulation» натискаємо «Запустити це дослідження» і отримуємо графічні результати.

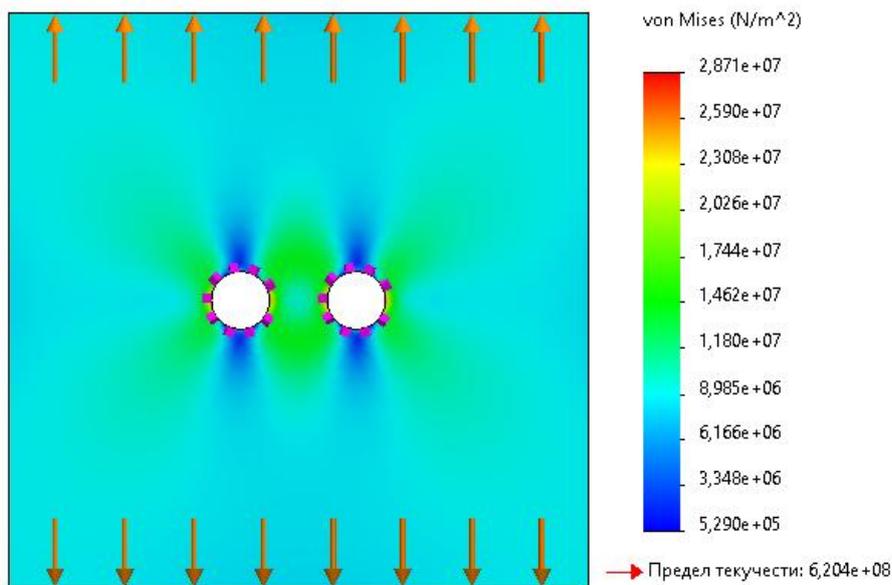


Рис. 2.14 – Інтенсивність напружень в пластині

15. Для створення графіка по розгортці отвору, натискаємо правою кнопкою миші на шкалу та вибираємо «Зондування». У налаштуваннях, які з'явилися зліва вибираємо пункт «Для вибраних об'єктів», натискаємо на кромку отвору та на кнопку «Оновити». В розділі «Параметри звіту» натискаємо на значок «Епюра» і отримуємо графік по розгортці отвору.

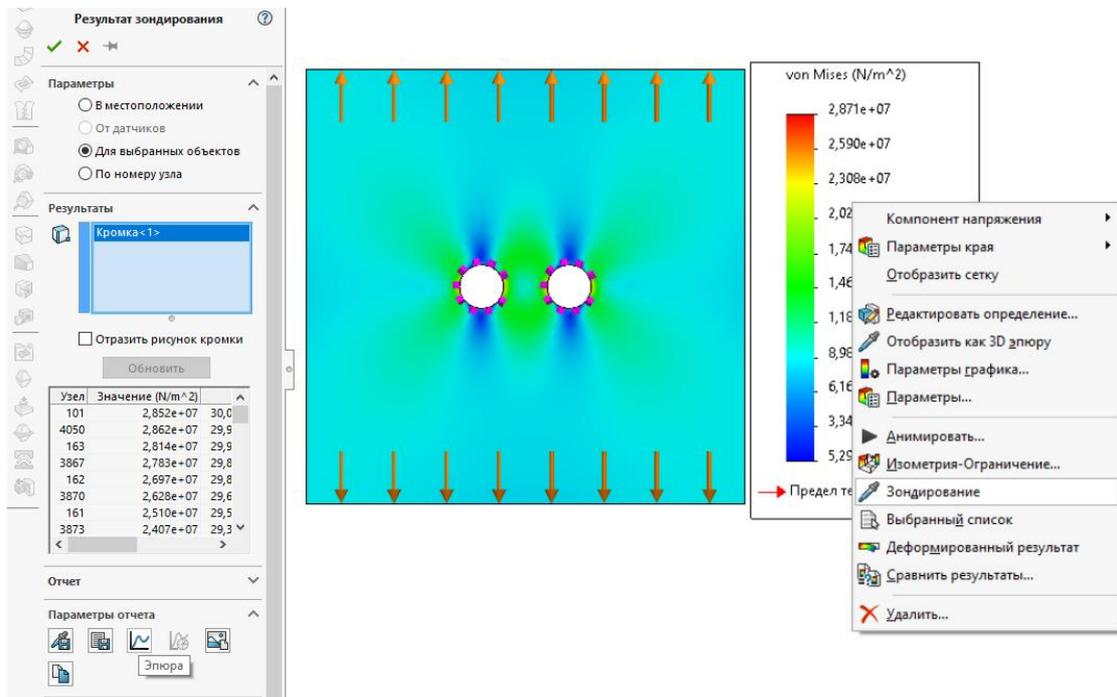


Рис. 2.15– Створення графіку по розгортці отвору

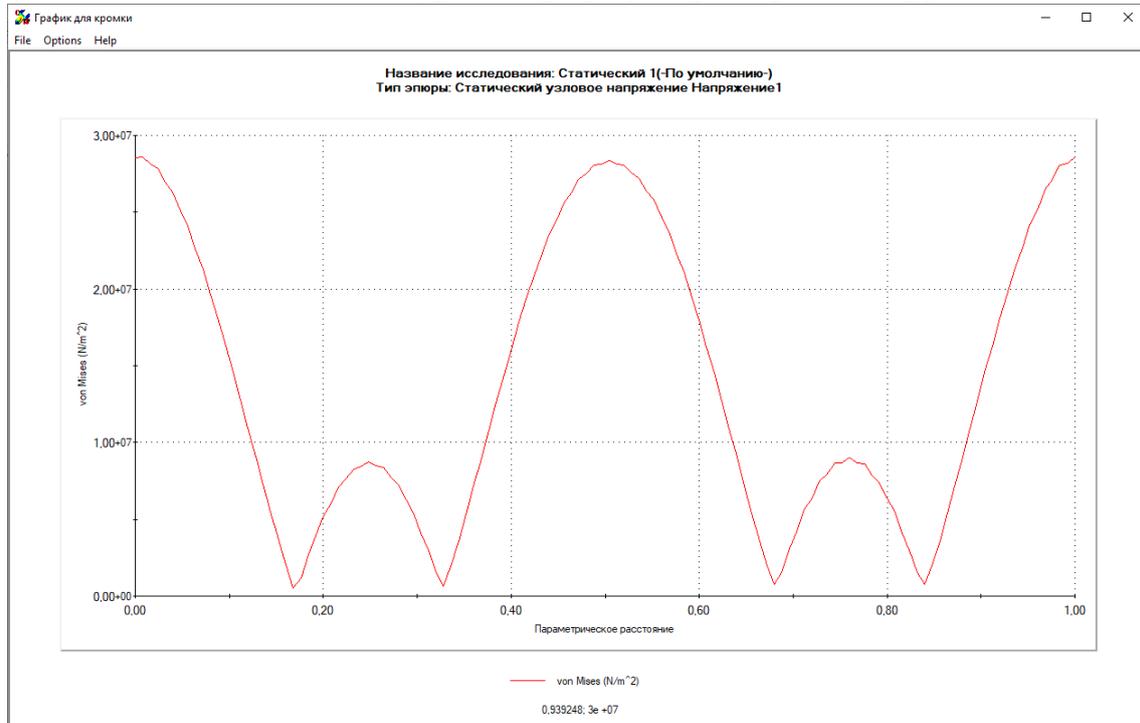


Рис. 2.16 – Графік розподілу інтенсивності напружень по розгортці отвору

2.3 Задача для пластины з гострокутними отворами

Розглянемо задачу визначення НДС пружної однорідної ізотропної прямокутної пластины товщини h , розмірами $l_1 \times l_2$, яка послаблена двома однаковими гострокутними отворами зі стороною a , розташованими на відстані l між їх центрами (рис. 2.17). Пластина знаходиться під дією рівномірного одновісного навантаження розтягу. Товщина пластины може варіюватися.

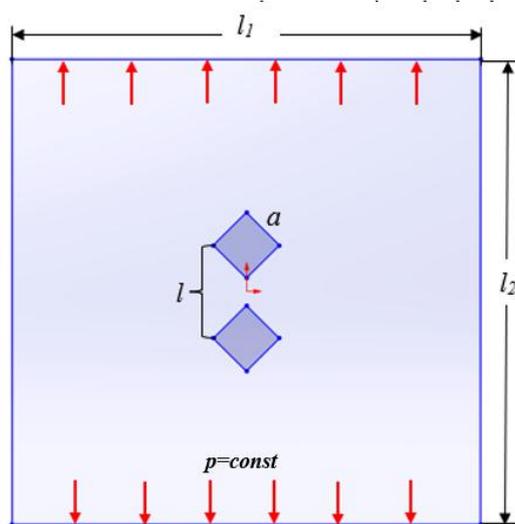
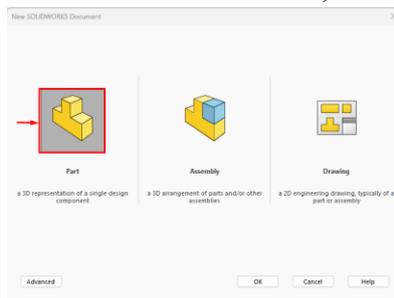


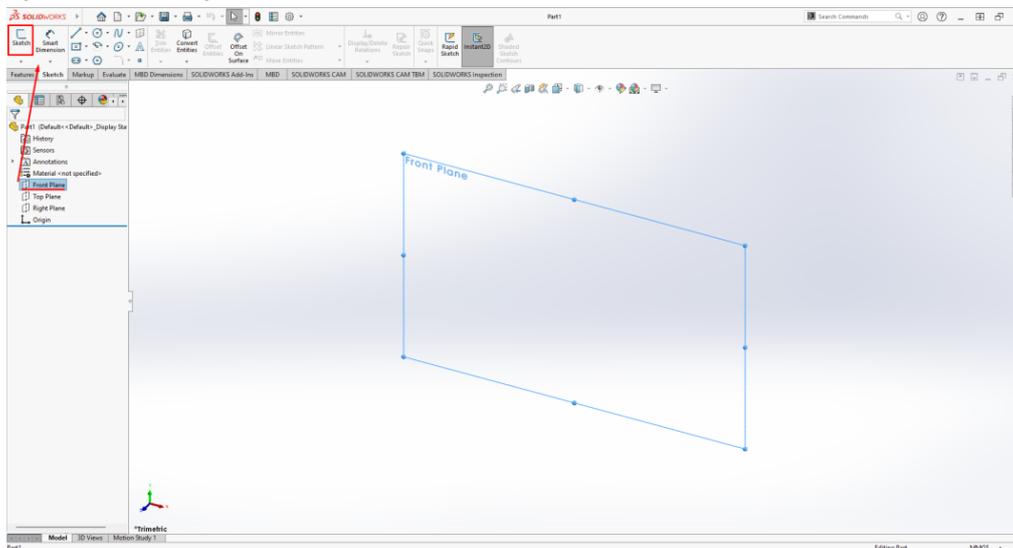
Рис. 2.17 – Схема навантаження пластини

Алгоритм розв'язування задачі в пакеті прикладних програм SolidWorks 2020

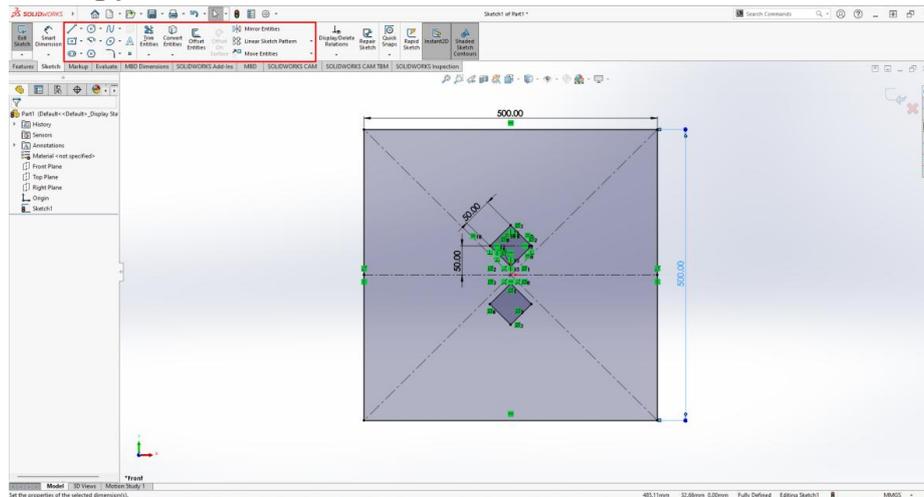
1. Для створення нового проекту необхідно відкрити SolidWorks та у вікні, що відкрилося, вибрати «Part» (якщо такого вікна немає, то на панелі інструментів натискаємо «File» → «New»):



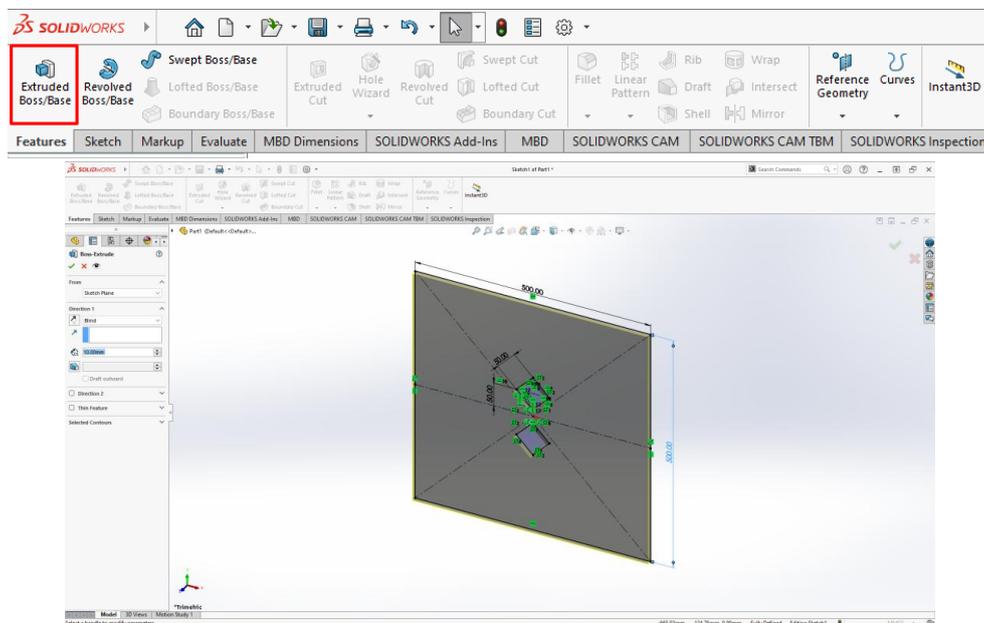
2. Вибираємо площину на дереві проекту та натискаємо «Sketch» для побудови ескізу моделі:



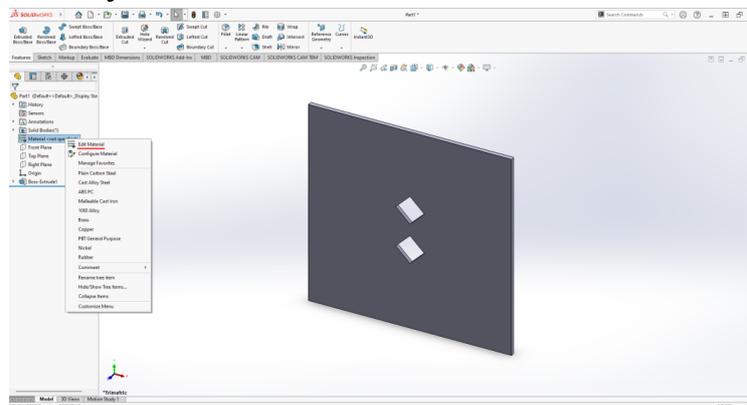
3. Рисуємо пластину, використовуючи інструменти для малювання на панелі інструментів:

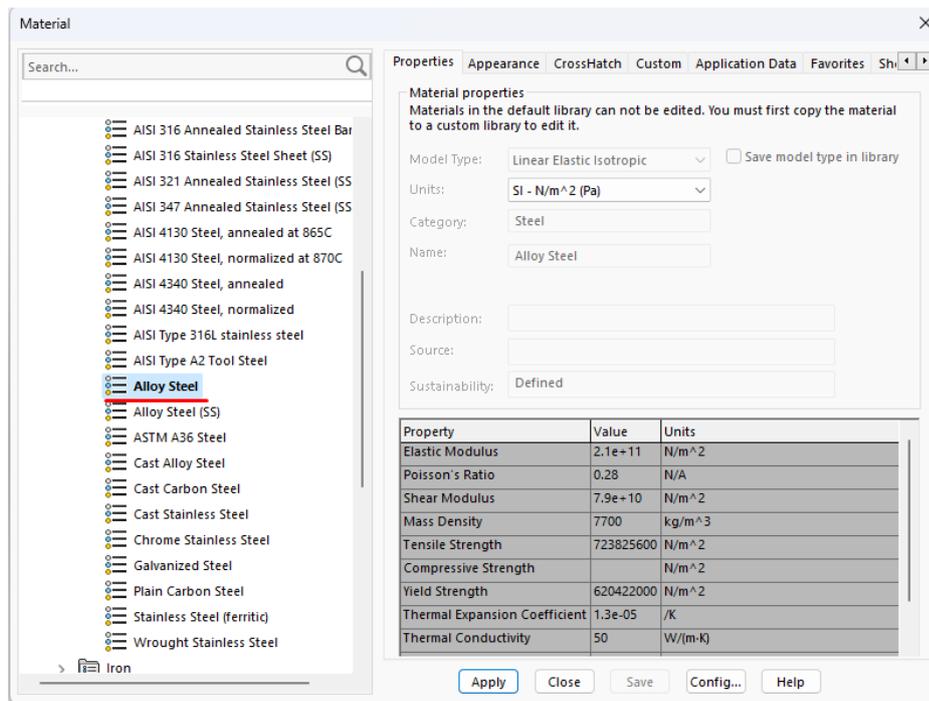


4. Задаємо товщину пластини, використовуючи елемент «Extruded Boss/Base»:

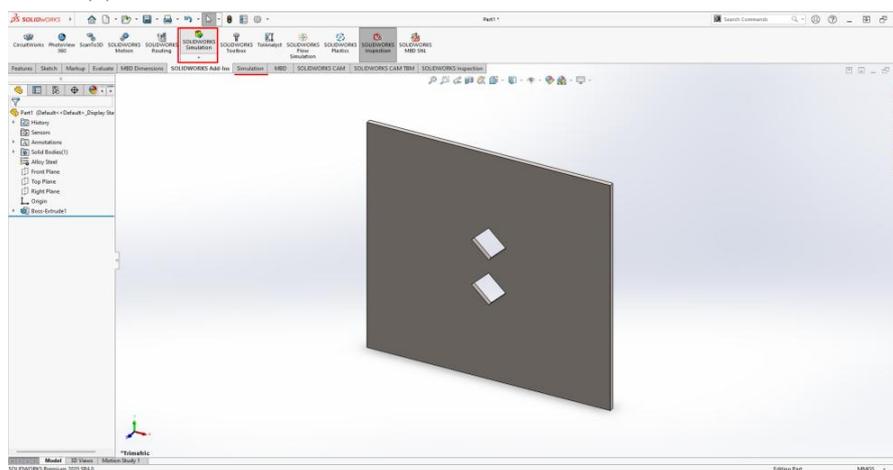


5. Задаємо матеріал для пластини: Для цього на дереві проекту натискаємо правою кнопкою на «Material», «Edit Material» та вибираємо необхідний матеріал із списку:

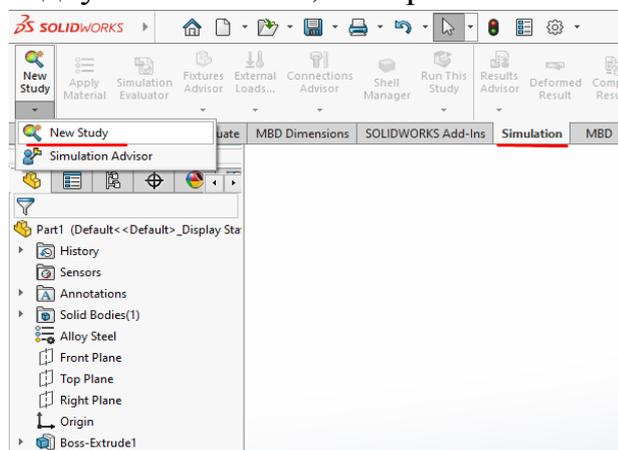




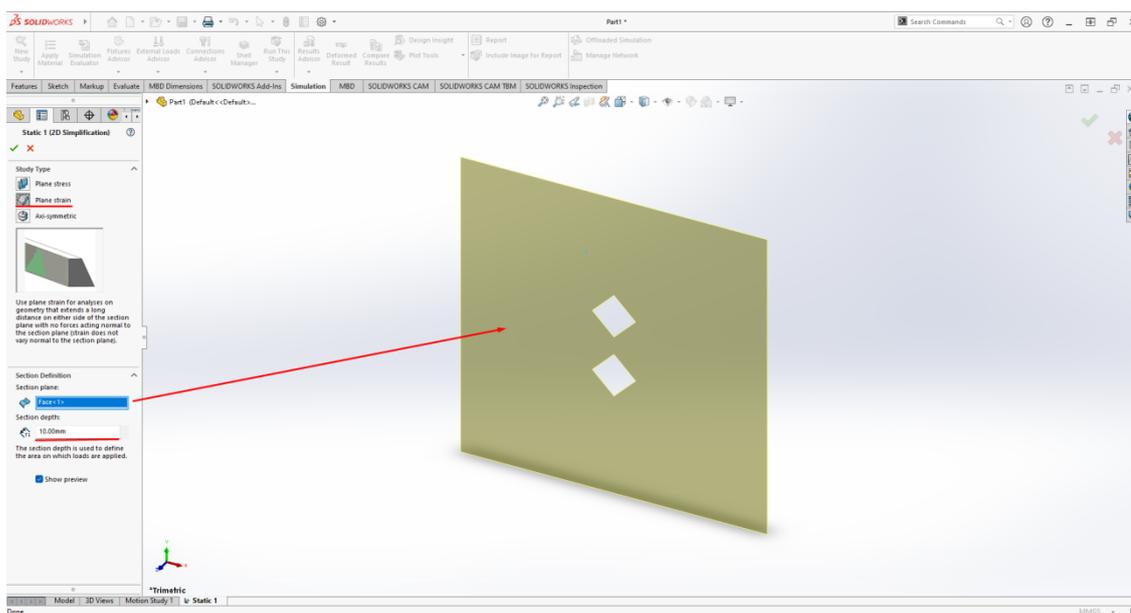
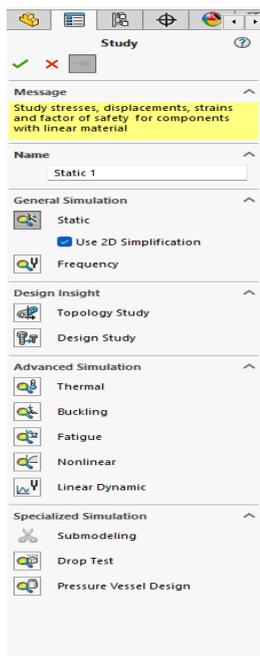
6. Для того щоб створити дослідження моделі, необхідно на вкладці «SOLIDWORKS Add-Ins» натиснути «SOLIDWORKS Simulation», щоб з'явилась вкладка «Simulation»:



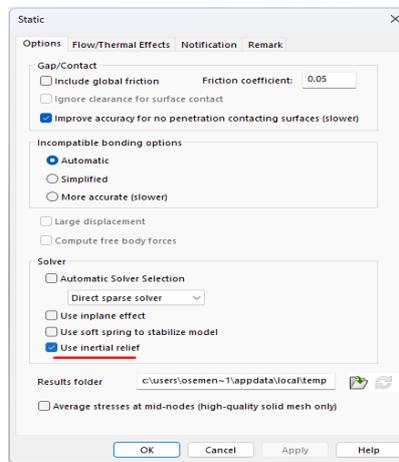
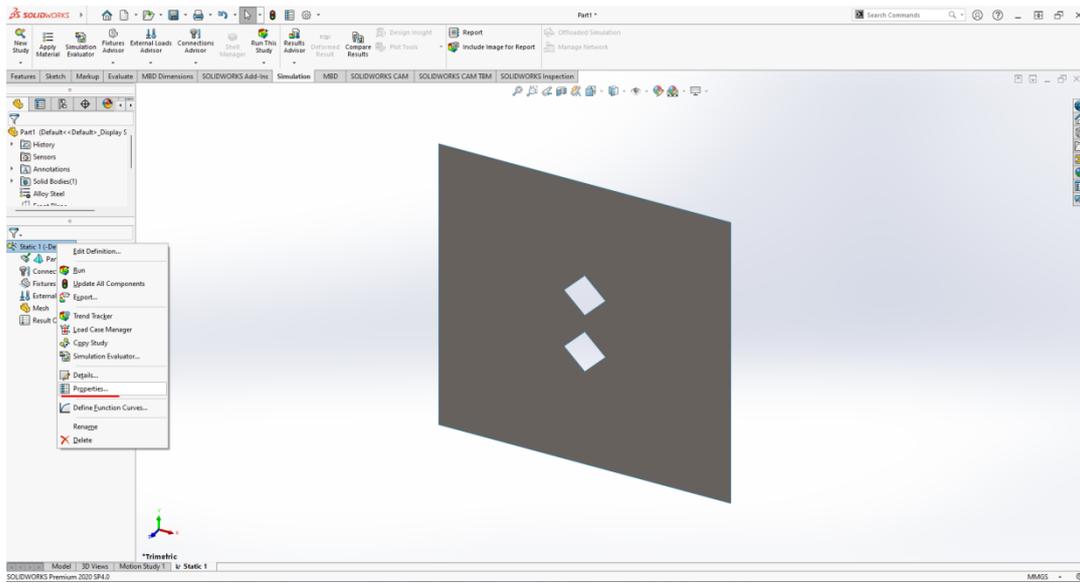
7. Переходимо на вкладку «Simulation», вибираємо «New Study»:



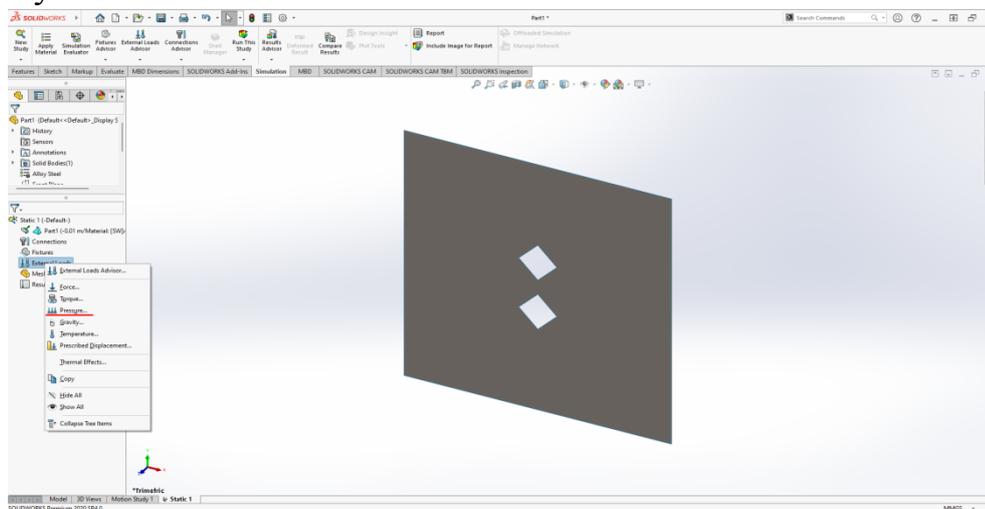
8. Налаштовуємо наше дослідження. Для цього обираємо «Static», «Use 2D Simplification». Далі обираємо тип дослідження «Plain Stress», поверхню і задаємо товщину пластини.

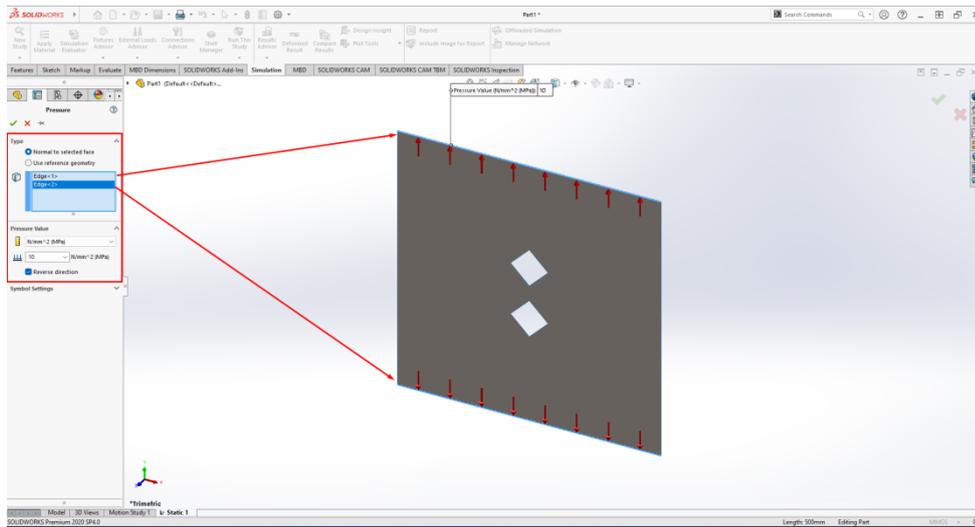


9. У властивостях дослідження вибираємо використання «Інерційне розвантаження» («Use internal relief»). Для цього натискаємо правою кнопкою на корінь дерева нашого дослідження, далі натискаємо «Properties» і у відкритому вікні вибираємо «Use internal relief»:

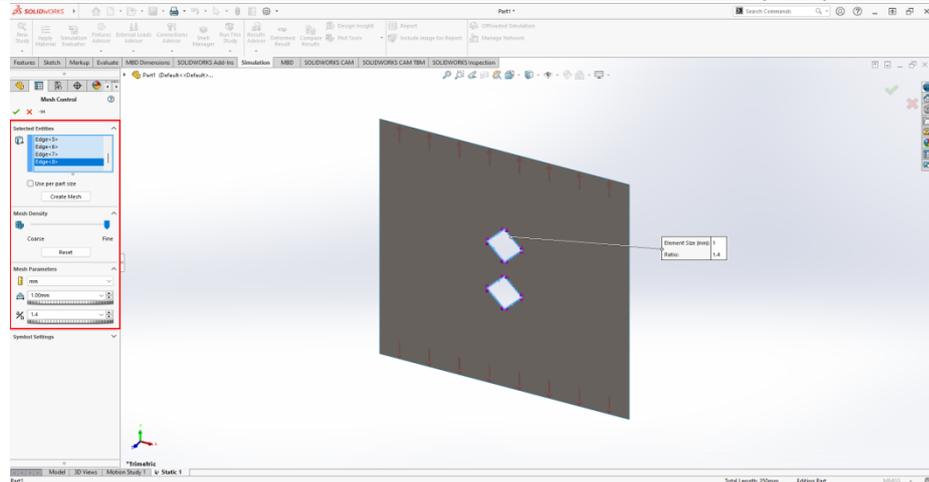
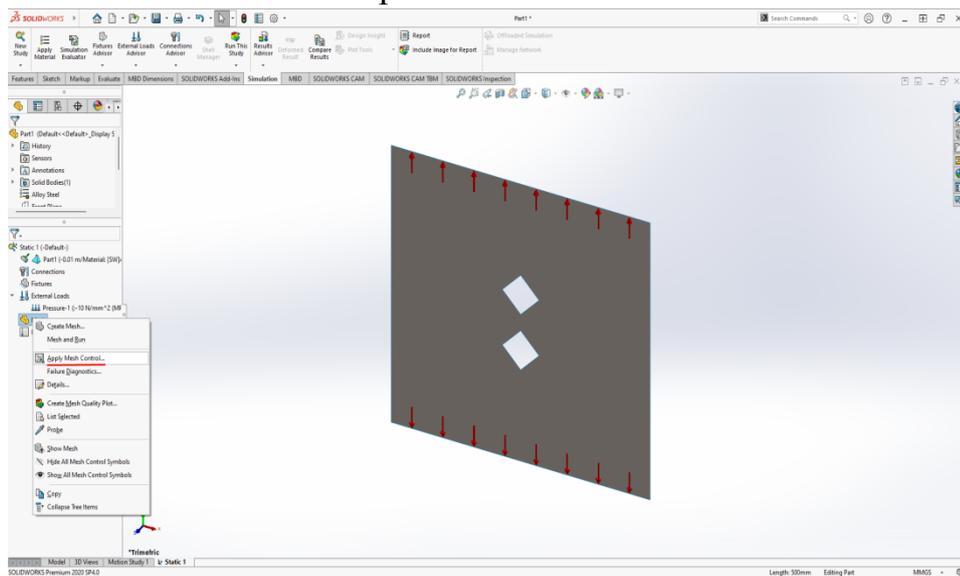


10. Прикладаємо навантаження на необхідні ділянки. Для цього натискаємо правою кнопкою на «External Loads» у дереві досліджень, обираємо «Pressure», обираємо верхнє та нижнє ребра пластини та задаємо величину навантаження:

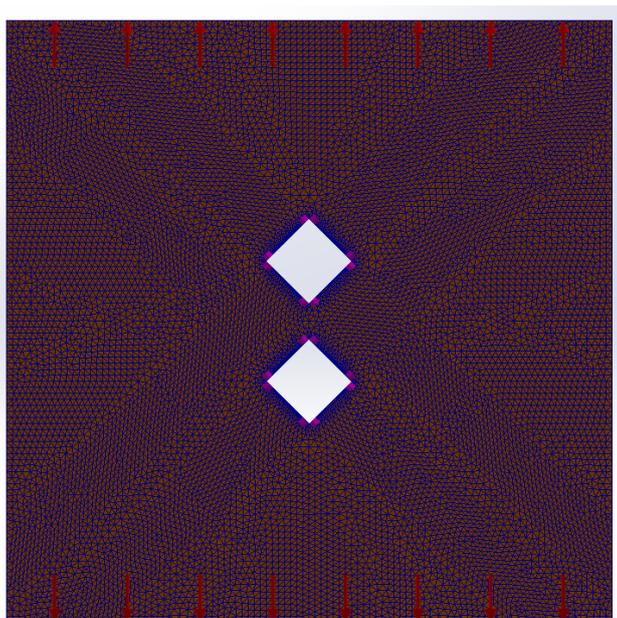
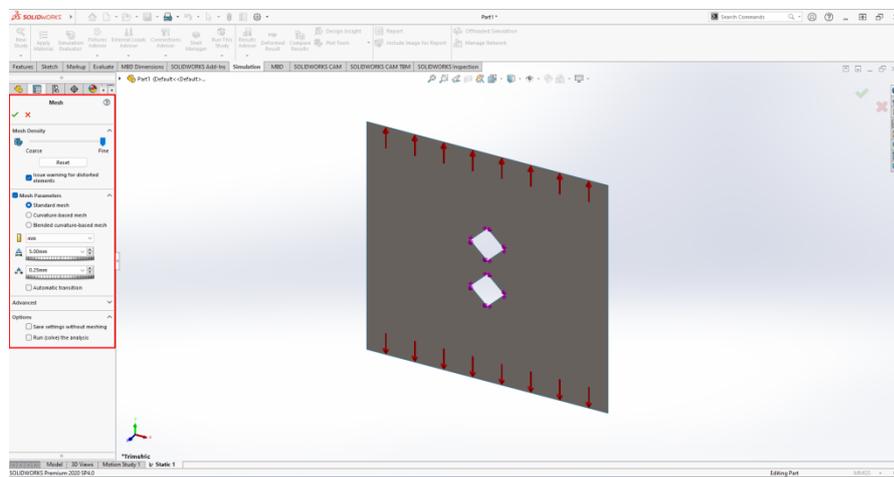
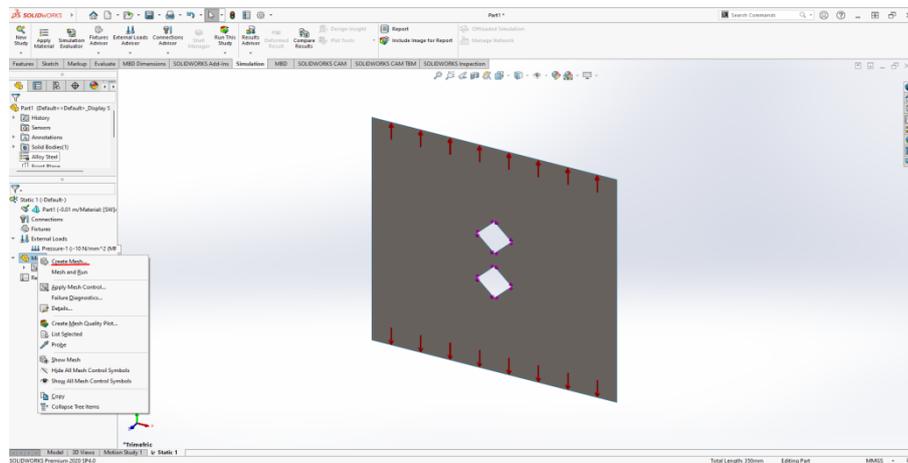




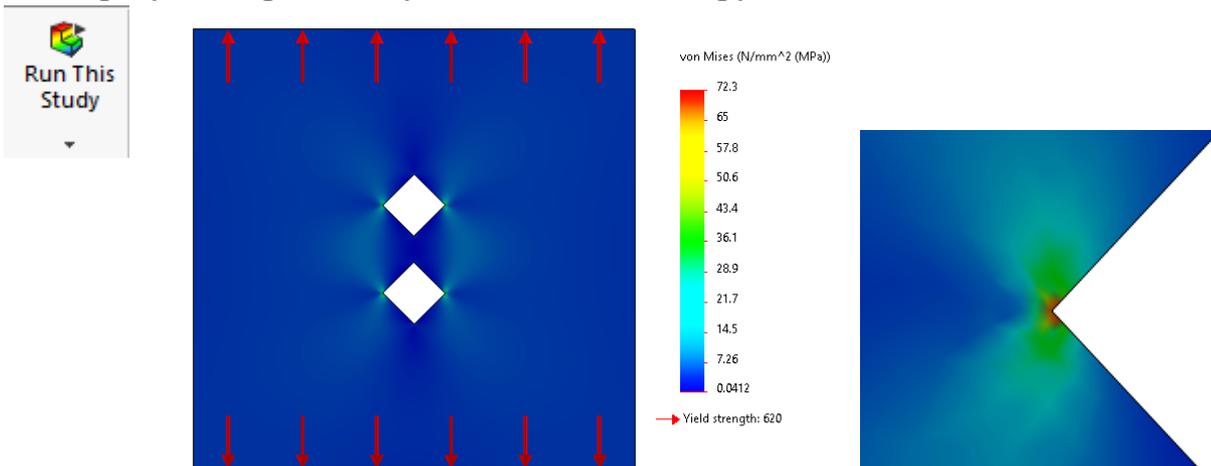
11. Будемо адаптивну сітку в околі отвору. Для цього натискаємо правою кнопкою на «Mesh» у дереві дослідження та обираємо «Apply Mesh Control», далі обираємо ребра наших отворів та задаємо величину (у мм) подрібнення сітки в околі отворів:



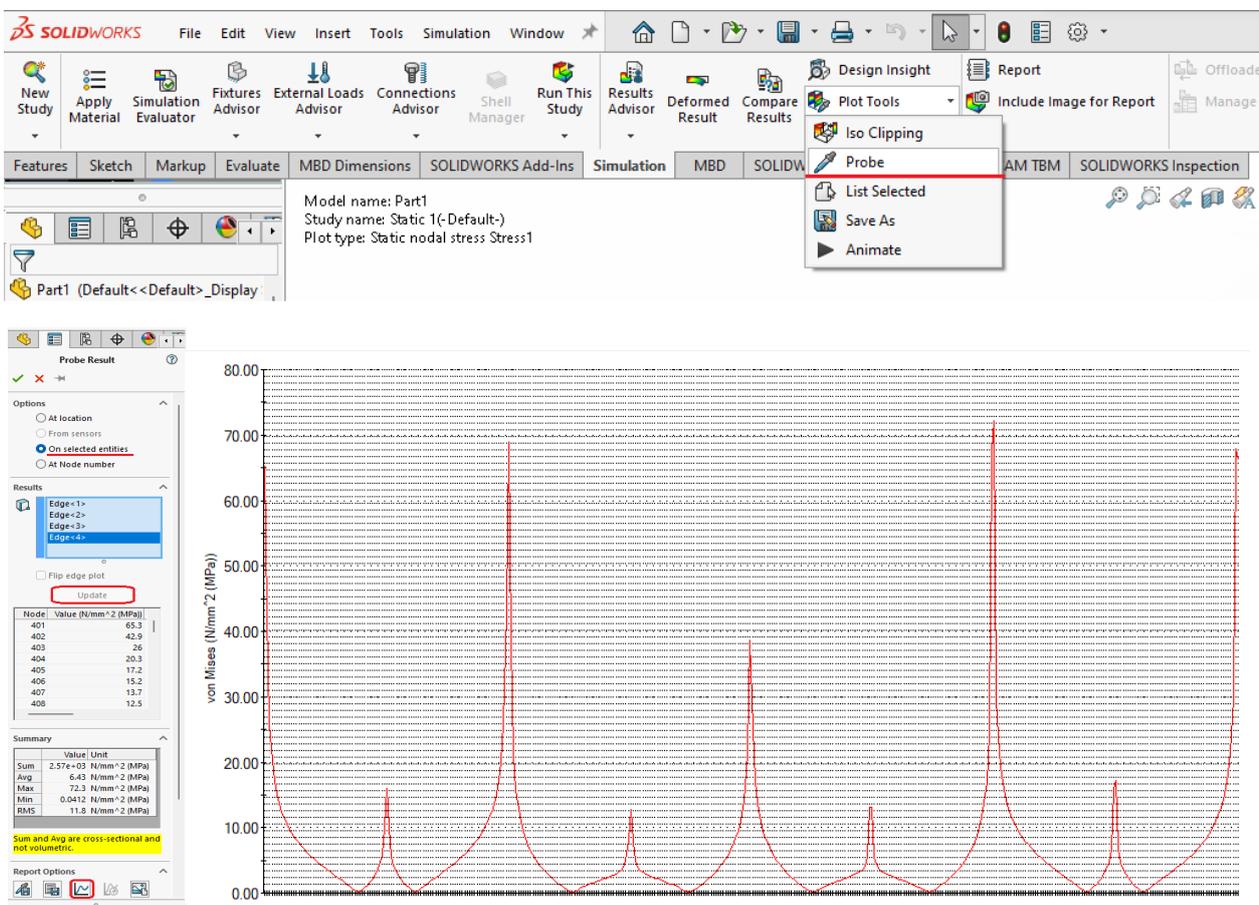
12. Будуємо сітку по всій пластині. Натискаємо правою кнопкою на дереві дослідження на «Mesh», обираємо «Create Mesh» та задаємо розмір сітки по всій пластині:



13. Запускаємо обчислення, натискаючи на «Run This Study» та отримуємо результат розподілу інтенсивності напружень в пластині:



14. Будуємо графік розподілу інтенсивності напружень по розгортці отвору. Для цього на панелі «Simulation» у меню «Plot tools» обираємо «Probe». У меню, що з'явилося, обираємо опцію «On selected entities» та обираємо грані одного з двох отворів, потім натискаємо кнопку «Update». Для того щоб візуально побачити графік по розгортці у «Report Options», обираємо опцію, що виділена на рисунку:



2.4 Завдання

Постановка задачі. Дана пружна однорідна ізотропна прямокутна пластина товщини h , розмірами $l_1 \times l_2$, яка послаблена двома однаковими отворами, розташованими на відстані l між їх центрами. Пластина знаходиться під дією рівномірного одновісного навантаження розтягу. Товщина пластини може варіюватися.

Необхідно:

1. Побудувати математичну модель задачі;
2. НДС пластини з отворами *відповідної конфігурації*;
3. Визначити коефіцієнт концентрації напружень (ККН);
4. Побудувати епюри і графіки розподілу інтенсивностей напружень і деформацій в пластині;
5. Провести порівняльний аналіз отриманих результатів з результатами для пластини з одним отвором (центрально розташованим) *відповідної конфігурації*;
6. Провести верифікацію результатів розрахунку з розв'язками, відомими в літературі;
7. Дослідити вплив товщини пластини на її НДС та наявність деконцентраторів напружень (див. Додаток Б).

Вказівки: Матеріал пластини – легована сталь; розміри пластини: $0,5 \times 0,5$ м; навантаження розтягу: $p = 10$ МПа; для кругових отворів: $r_1 = r_2 = r$, $l = 4r$, $r = 0,025$ м; для прямокутних отворів $a_1 = a_2 = b_1 = b_2 = a$, $l = 2a$, $a = 0,05$ м; для еліптичних отворів: $a_1 = a_2 = a$, $b_1 = b_2 = b$, $a = 2b$, $l = 2a$, $a = 0,05$ м; для трикутних отворів: $a_1 = a_2 = a$, $l = 2a$, $a = 0,04$ м; початкова товщина пластини $h = 0,01$ м.

Примітка. В областях концентрації напружень слід використовувати адаптовану сітку. Скласти порівняльну таблицю значень ККН пластини з двома та одним отвором з урахуванням товщини пластини і розмірів та розташування деконцентраторів напружень, навести відхилення (%). Сформулювати висновки. В додатках навести графічні інтерпретації розподілу інтенсивності напружень по розгортці контуру отвору для всіх розглянутих випадків.

Звіт оформити за ДСТУ-2010. *Зміст звіту* повинний включати: вступ; постановку задачі; теоретичні відомості, необхідні для побудови математичної моделі задачі; відомості про стандартний пакет прикладних програм, що застосовується для розв'язування вихідної задачі; алгоритм розв'язування задачі в пакеті; аналіз отриманих результатів; висновки; список використаних джерел; додатки.

3 РОЗРАХУНКОВА РОБОТА №2

Визначення напружено-деформованого стану тонкостінної циліндричної оболонки з отворами

3.1 Постановка задачі

Дана тонкостінна пружна однорідна ізотропна циліндрична оболонка, яка послаблена двома отворами, розташованими на відстані l між їх центрами. Оболонка знаходиться під дією рівномірного навантаження розтягу, прикладеного до її торців. Для визначеності розглянемо *кругові отвори*.

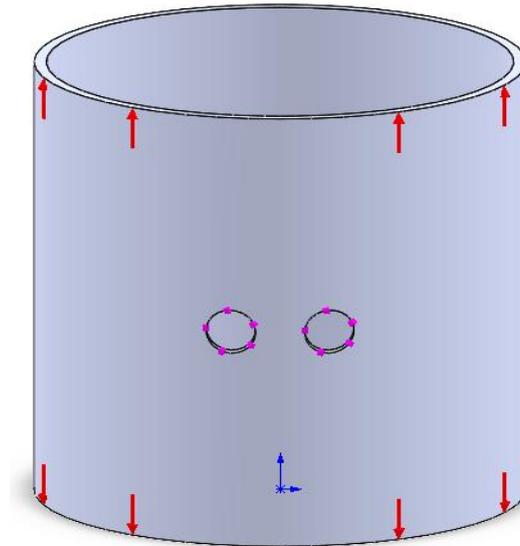


Рис. 3.1 – Схема навантаження оболонки

Матеріал оболонки – легрована сталь ($E = 210 \text{ ГПа}$, $\nu=0,3$); радіус оболонки $R = l_1/2 = 0,1 \text{ м}$, довжина $H = l_2 = 0,2 \text{ м}$; навантаження розтягу: $p = 10 \text{ МПа}$; радіуси отворів: $r_1 = r_2 = 0,01 \text{ м}$, $l = 4r$; товщина оболонки $h = 0,005 \text{ м}$.

Необхідно побудувати математичну модель задачі та визначити НДС оболонки.

3.2 Опис алгоритму

Нижче наведено алгоритм розв'язку даної задачі.

1. Повторюємо кроки 1–3 алгоритму розв'язування задачі Кірша (див. п. 1.2, стор. 11).
2. Вибираємо площину «Зверху» у дереві конструювання.

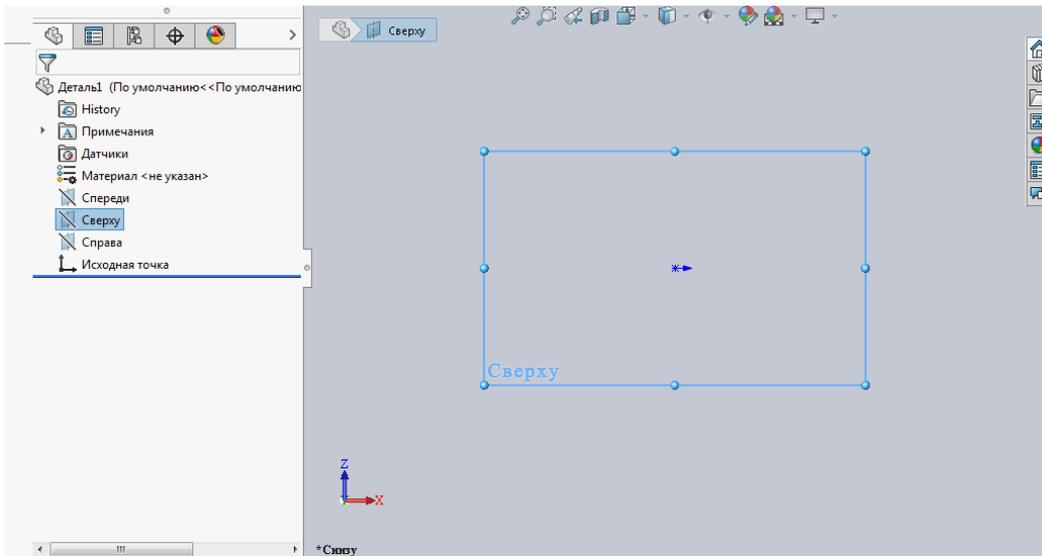


Рис. 3.2 – Створення ескізу

3. На площині «Зверху» ескіз оболонки. Для цього у розділі меню «Ескіз» натискаємо на пункт «Коло» та створюємо два кола, радіусом 100 мм та 95 мм.

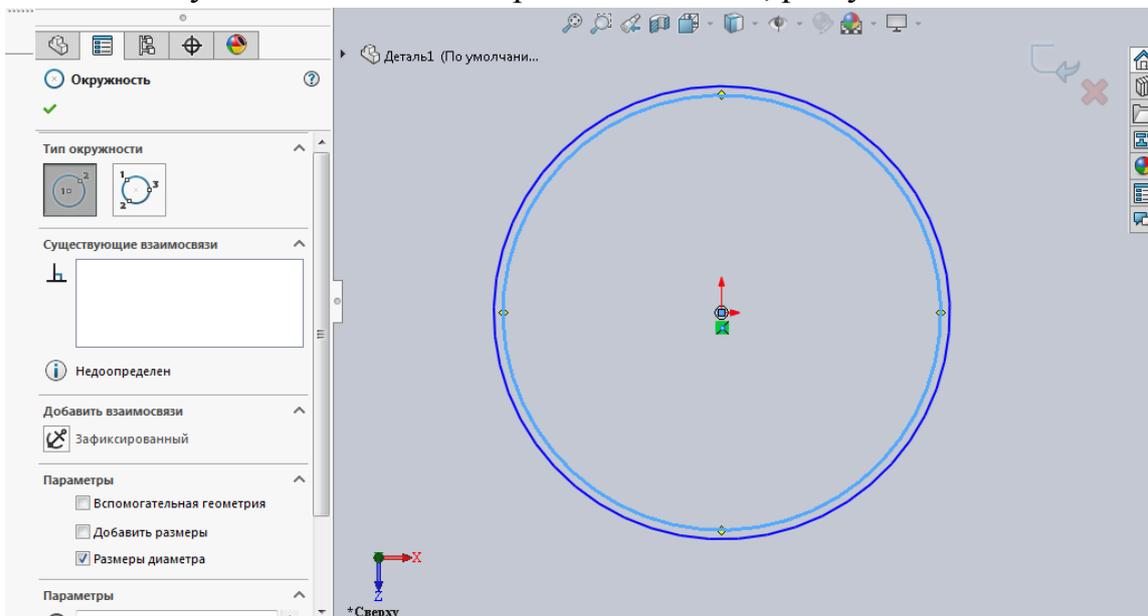


Рис. 3.3 – Створення ескізу циліндра

4. Натискаємо на пункт меню «Вихід з ескізу».

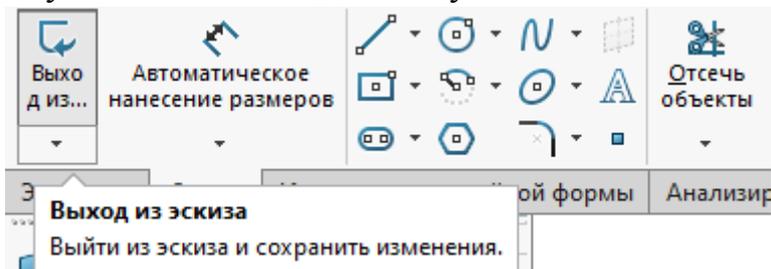


Рис. 3.4 – Вихід з ескізу

5. Тепер переходимо у розділ меню «Елементи» і натискаємо на пункт «Витягнута основа».

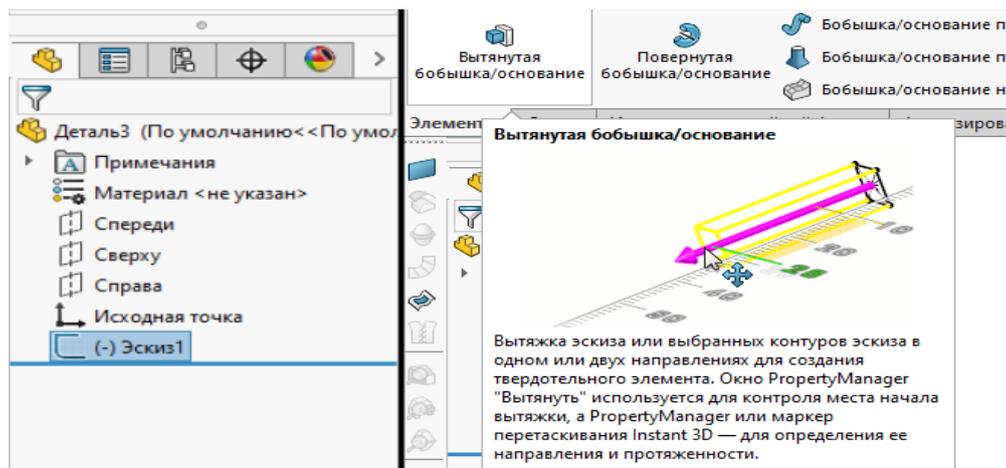


Рис. 3.5 – Завдання товщини пластини

6. Після натискання на пункт «Витягнута основа», зліва з'являється налаштування, де можна задати довжину циліндра (200 мм). Далі натаскаємо на зелену галочку.

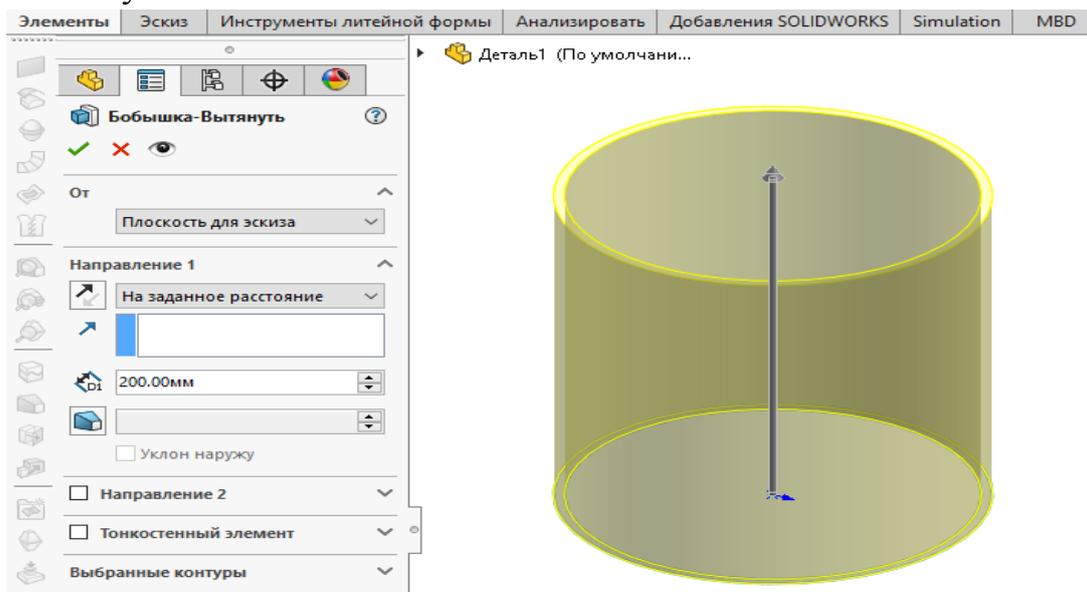


Рис. 3.6 – Вибір довжини циліндра

7. Вибираємо площину «Спереду». Щоб створити кругові отвори в оболонці натискаємо у розділі меню «Ескіз» на пункт «Коло», та створюємо два кола. Зліва у розділі «Параметри» задаємо радіус кожного кола та координати їх центрів.

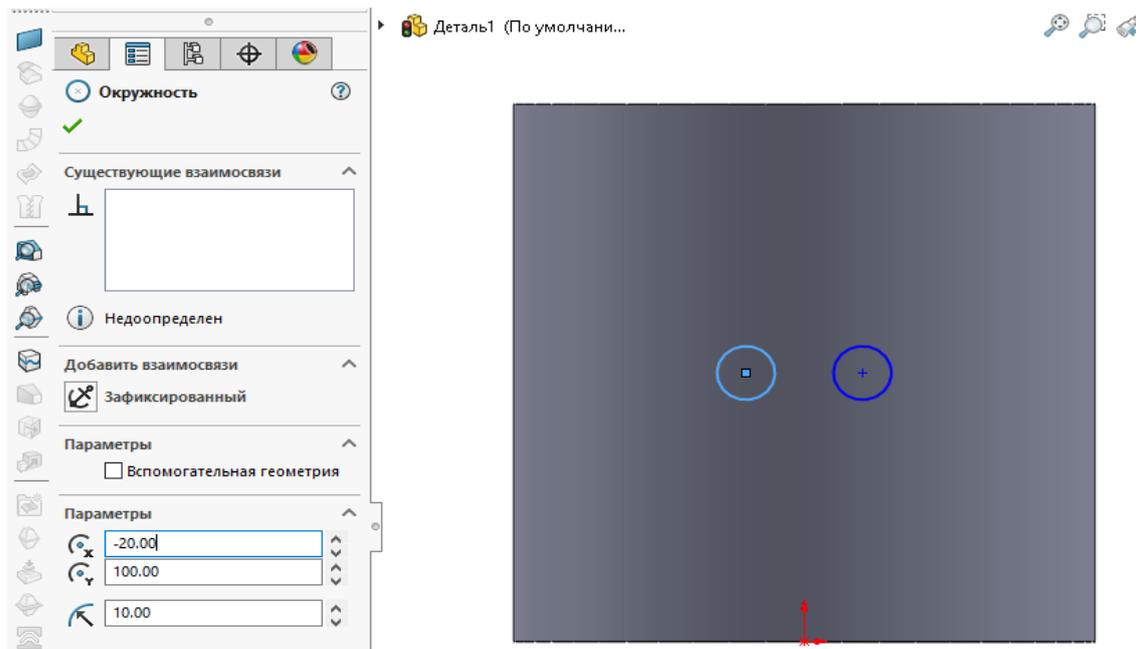


Рис. 3.7 – Створення ескізу отворів у циліндрі

8. Далі у розділі меню «Елементи» натискаємо «Витягнутий виріз». Зліва у пункті «Напрям» вибираємо «Наскрізь – обидва напрями».

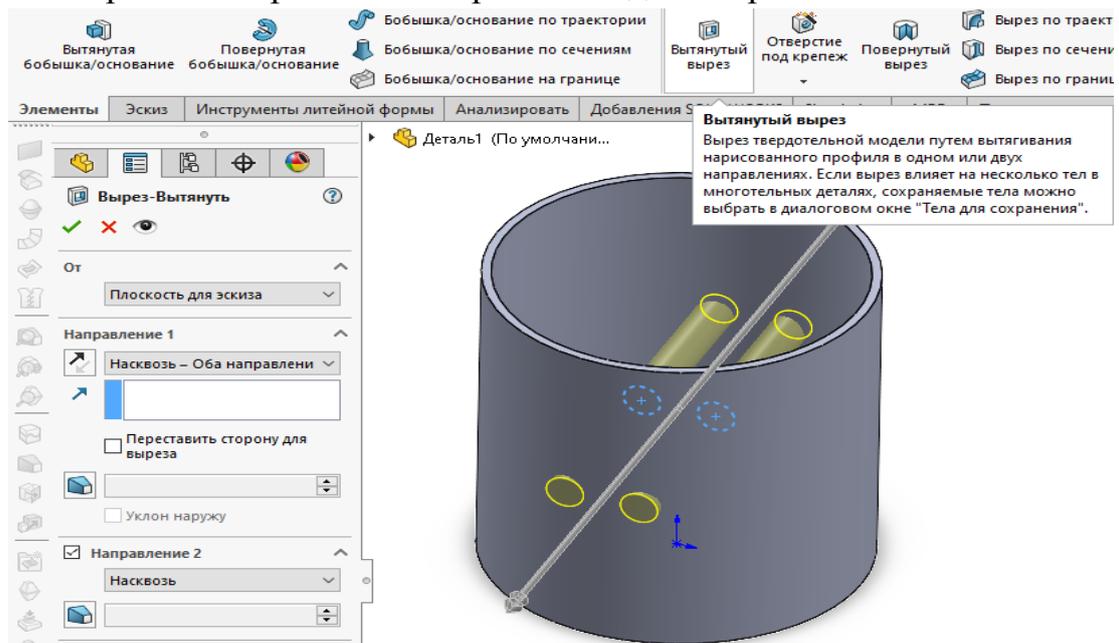


Рис. 3.8 – Створення отворів у циліндрі

9. Оболонка з отворами створена. Після цього переходимо у розділ меню «Simulation» і натискаємо на пункт «Нове дослідження». Зліва у властивостях дослідження вибираємо «Статичний аналіз».

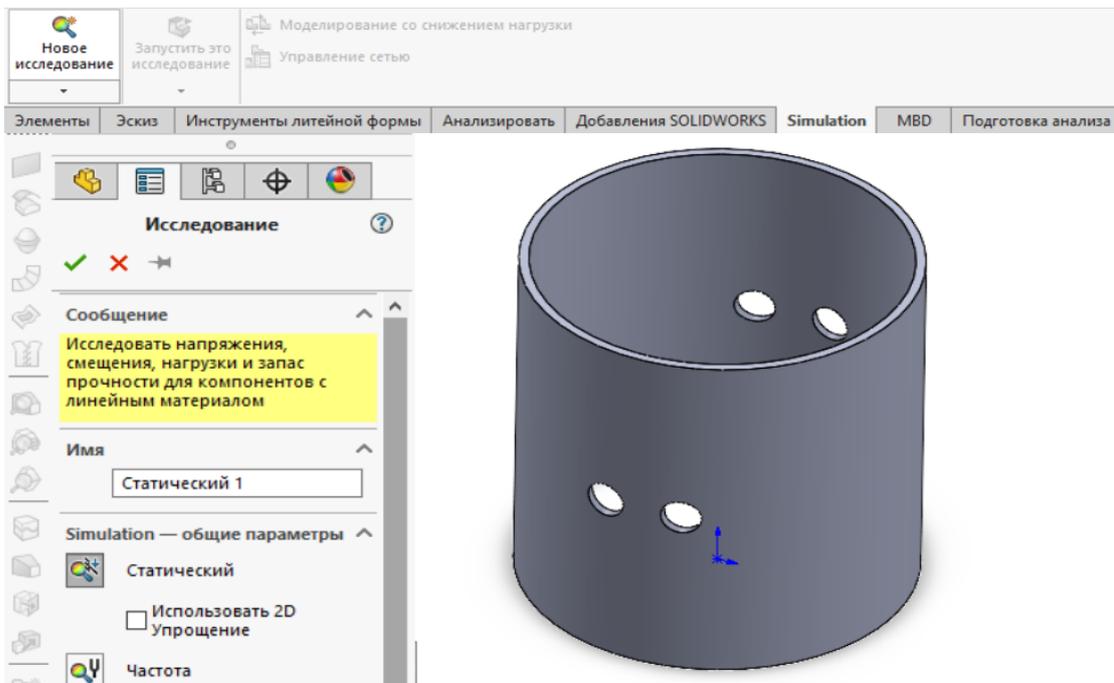


Рис. 3.9 – Створення нового дослідження

10. Правую кнопкую миші натискаємо «Деталь» у дереві конструювання, та у списку, що з'явився вибираємо «Застосувати/редагувати матеріал». Після цього відкриється вікно зі списком матеріалів та їх властивостями, та вибираємо «Легована сталь». Далі натискаємо «Застосувати» і «закрити».

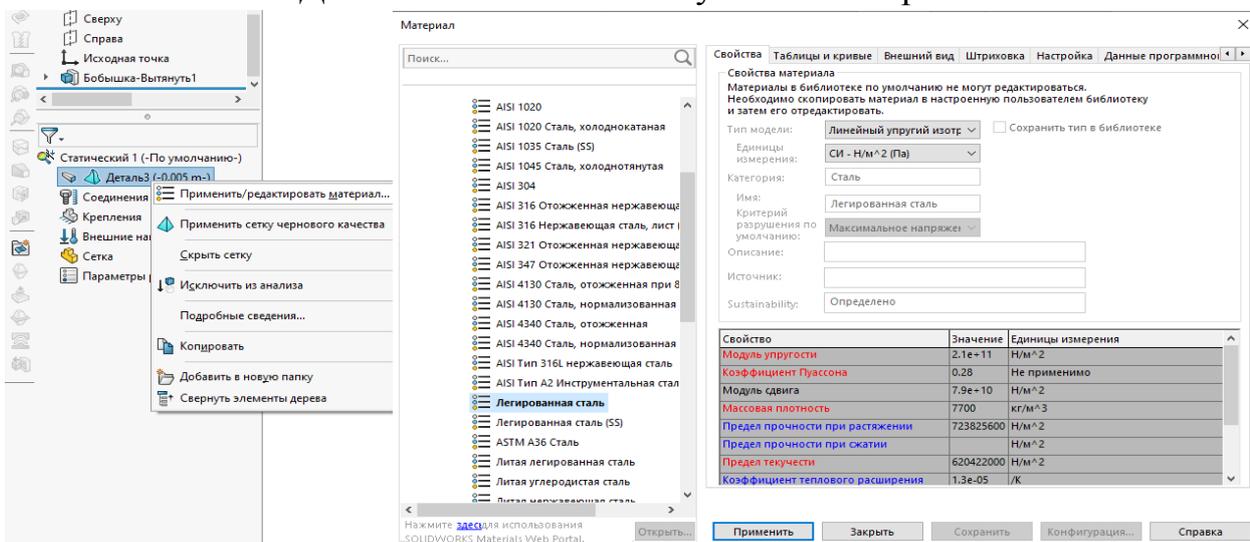


Рис. 3.10 – Вибір матеріалу оболонки

11. При розрахунку тонких оболонок бажано використовувати оболонкові елементи. Для цього потрібно задати нашу оболонку. Правую кнопкую миші натискаємо «Деталь» у дереві конструювання, та у списку, що з'явився вибираємо «Визначити оболонку по вибраних гранях». У налаштуваннях вибираємо «Тонка», натискаємо на нашу оболонку, та задаємо її товщину (5 мм).

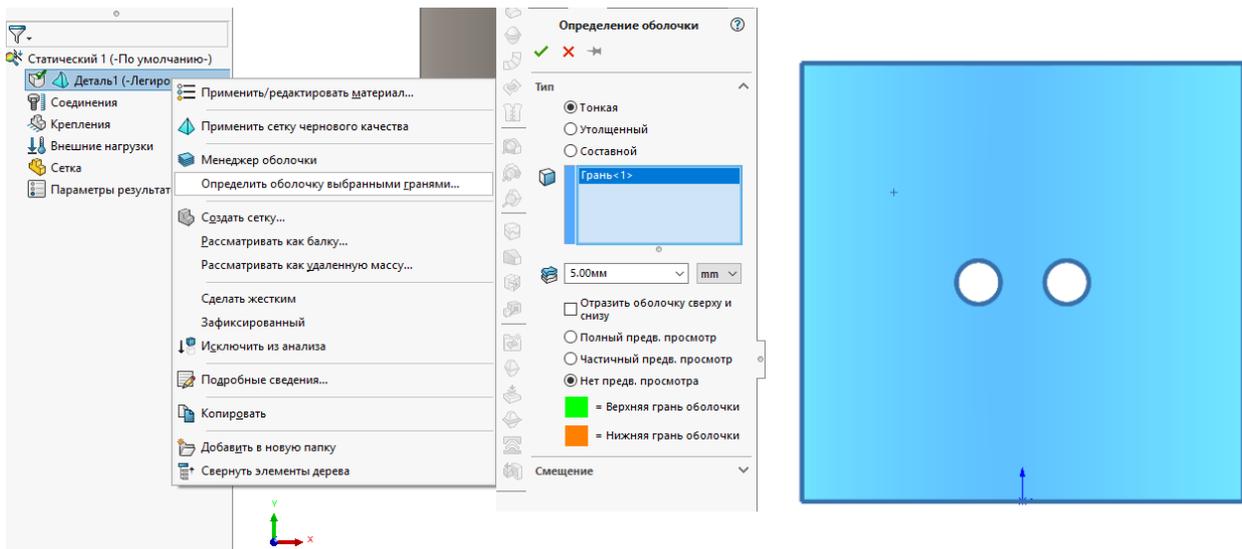


Рис. 3.11 – Визначення оболонки

12. Для того щоб задати навантаження, натискаємо правою кнопкою миші на пункт «Зовнішні навантаження», та вибираємо у списку «Тиск». Оскільки ми будемо використовувати оболонкові елементи, тиск треба задавати на кромці, а не на грані. Щоб це зробити, у налаштуваннях вибираємо пункт «Використати довідкову геометрію», нижче у списку вибираємо «Перпендикулярно площині», в якості цієї площини вибираємо верхню грань, і тиск прикладаємо до кромки. Нижче задаємо розмірність та величину тиску. Аналогічним чином створюємо навантаження на нижній кромці.

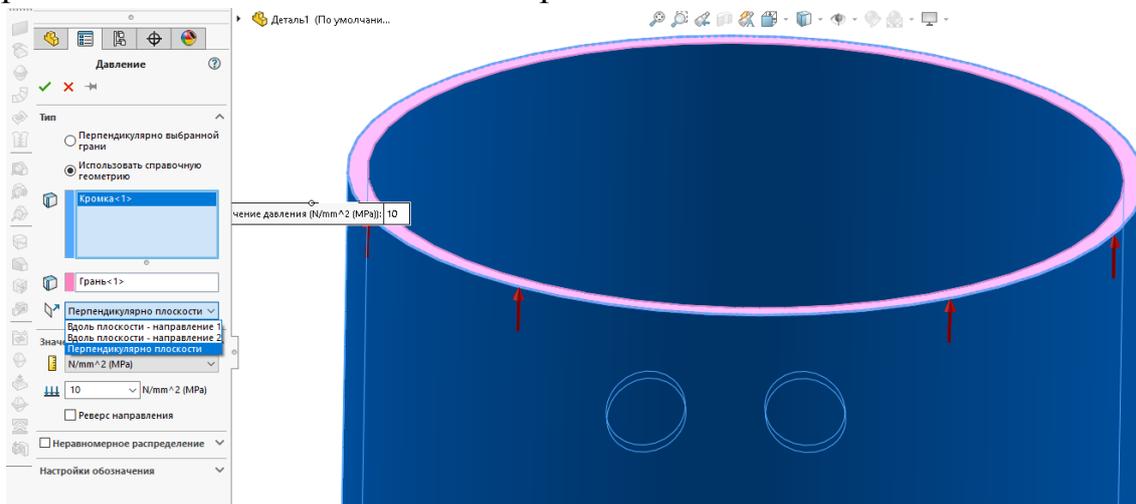


Рис. 3.12 – Завдання навантаження

13. Далі потрібно створити сітку. Щоб отримати більш точні результати, навколо отвору треба застосовувати адаптивну сітку меншого розміру. Для цього правою кнопкою миші натискаємо на пункт «Сітка» та вибираємо «Застосувати елемент керування сіткою». Потім натискаємо на кромку кругових отворів, вибираємо розміри сітки (1 мм) та натискаємо «ОК».

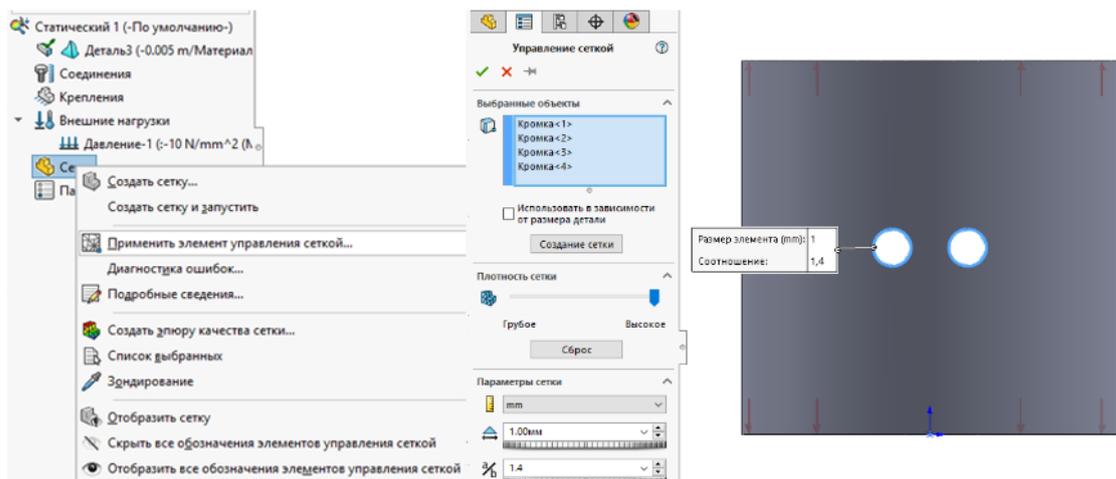


Рис. 3.12 – Створення адаптивної сітки

13. Потім правою кнопкою миші натискаємо на пункт «Сітка» та вибираємо «Створити сітку». У пункті «Параметри сітки» задаємо розмір скінченних елементів 8 мм, та натискаємо «ОК». Бачимо побудовану сітку.

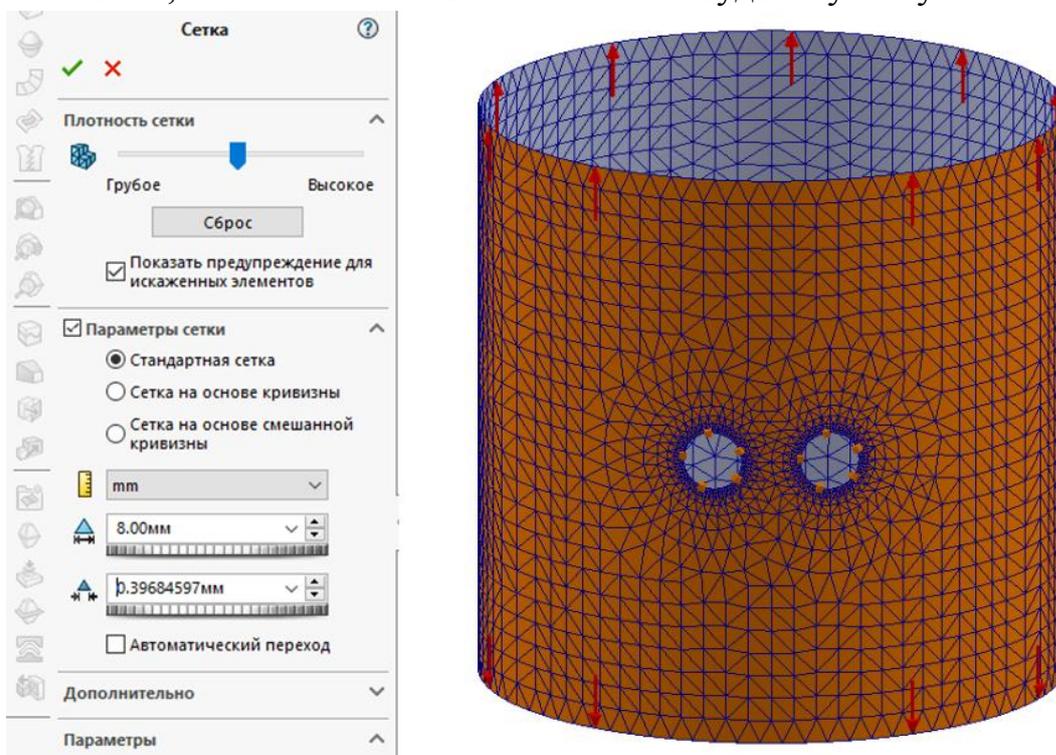


Рис. 3.13 – Створення сітки

14. Тепер правою кнопкою миші натискаємо на пункт «Статичний» та вибираємо «Властивості». У вікні, що відкрилося ставимо галочку «Використовувати інерційне розвантаження» та натискаємо «ОК».

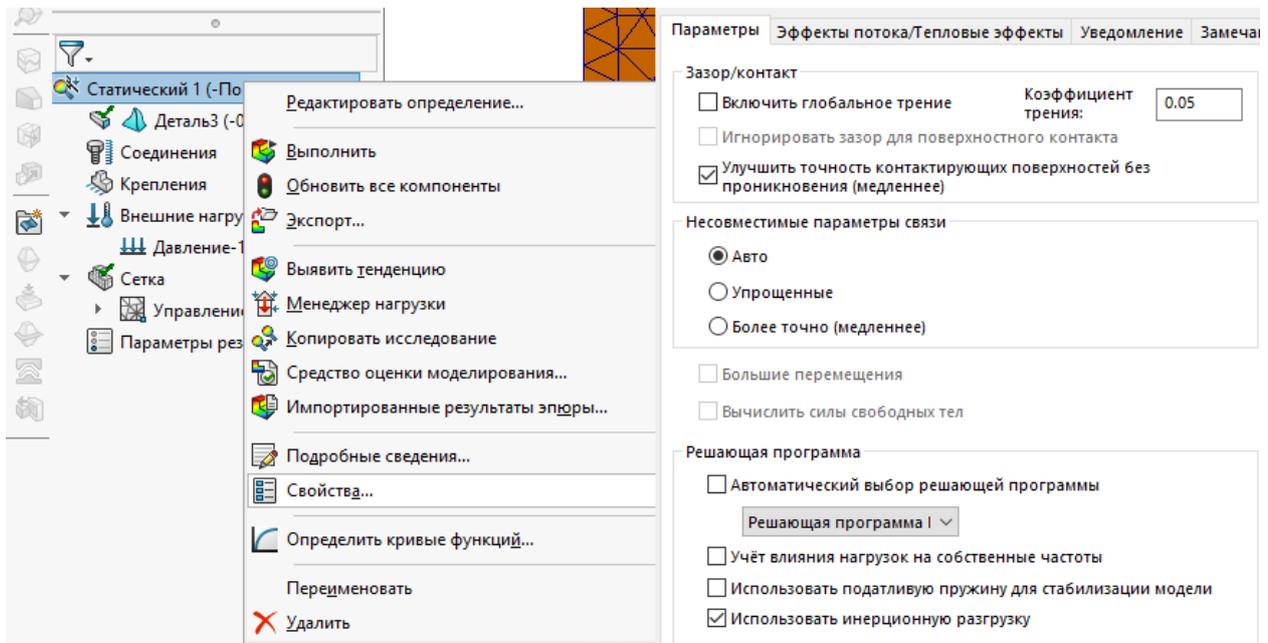


Рис. 3.14 – Використання інерційного розвантаження

15. У пункті меню «Simulation» натискаємо «Запустити це дослідження» і отримуємо графічні результати.

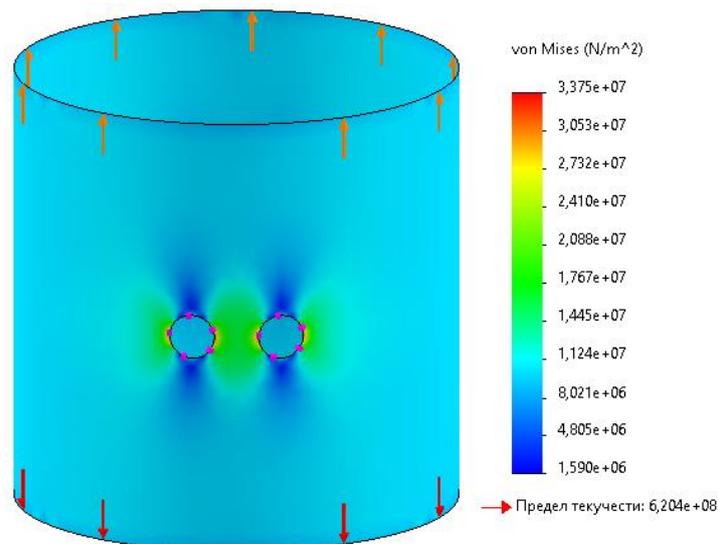


Рис. 3.15 – Інтенсивність напружень в оболонці

16. Для створення графіка по розгортці отвору, натискаємо правою кнопкою миші на шкалу та вибираємо «зондування». У налаштуваннях, які з'явилися зліва вибираємо пункт «Для вибраних об'єктів», натискаємо на кромку отвору та на кнопку «Оновити». В розділі «Параметри звіту» натискаємо на значок «Епюра» і отримуємо графік по розгортці отвору.

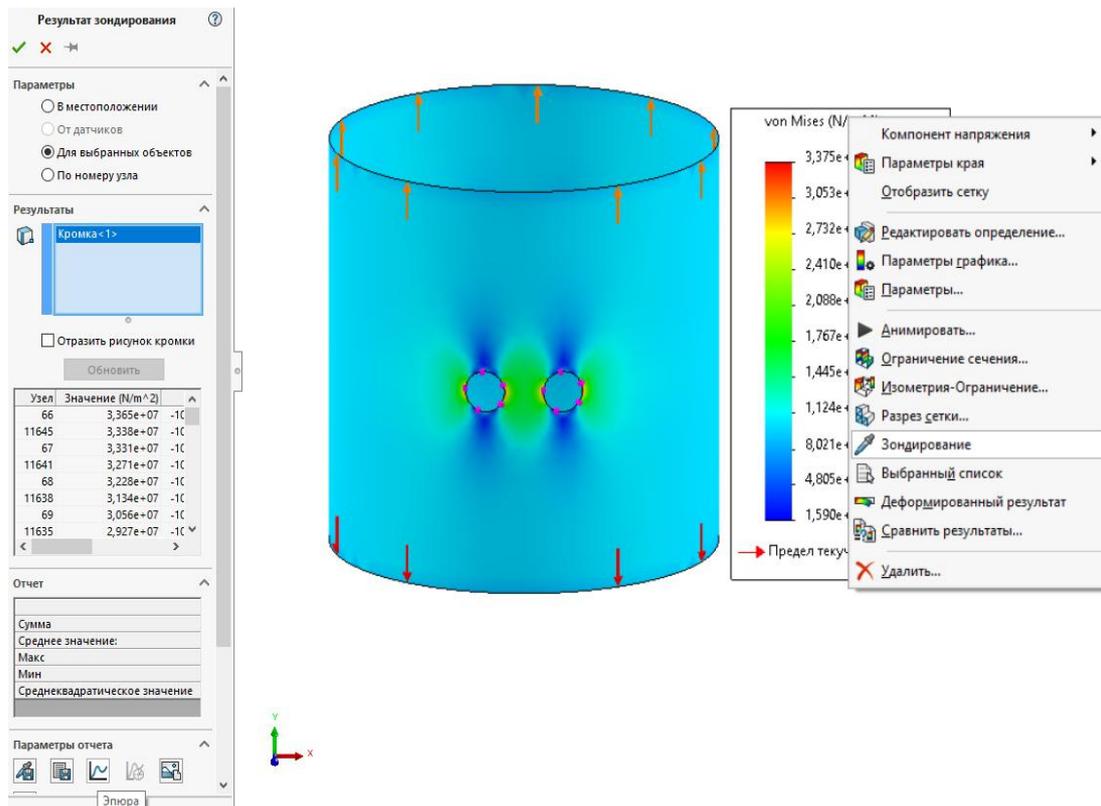


Рис. 3.16 – Створення графіку по розгортці отвору

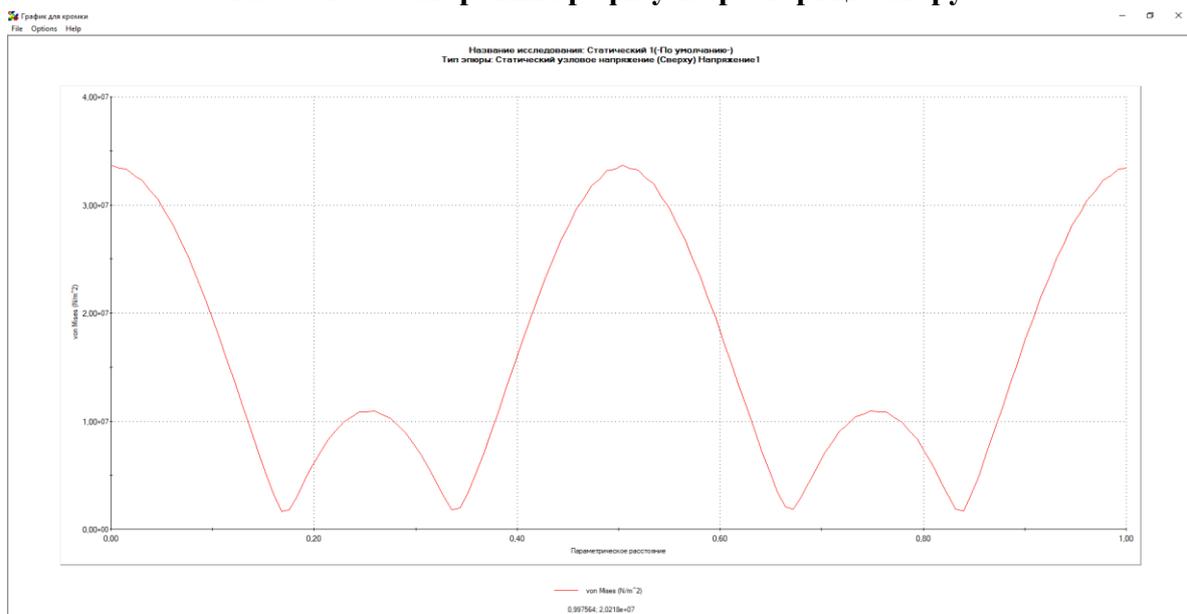


Рис. 3.17 – Графік розподілу інтенсивності напружень по розгортці отвору

3.3 Задача для оболонки з гострокутними отворами

Розглянемо задачу визначення НДС тонкостінної пружної однорідної ізотропної циліндричної оболонки радіуса R , довжини L , яка послаблена двома гострокутними отворами, зі стороною a , розташованими на відстані l між їх центрами. Оболонка знаходиться під дією рівномірного навантаження розтягу, прикладеного до її торців (рис. 3.18).

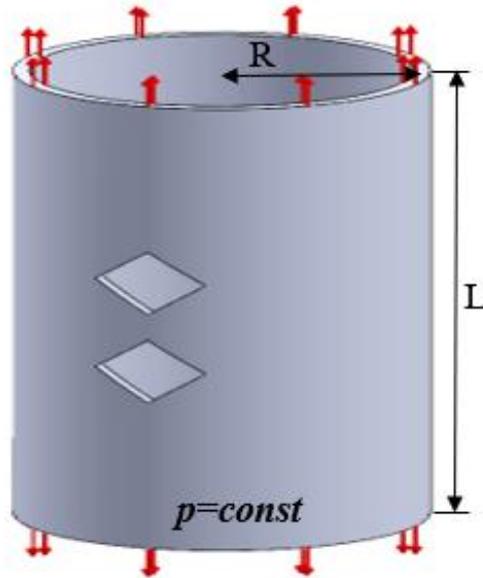
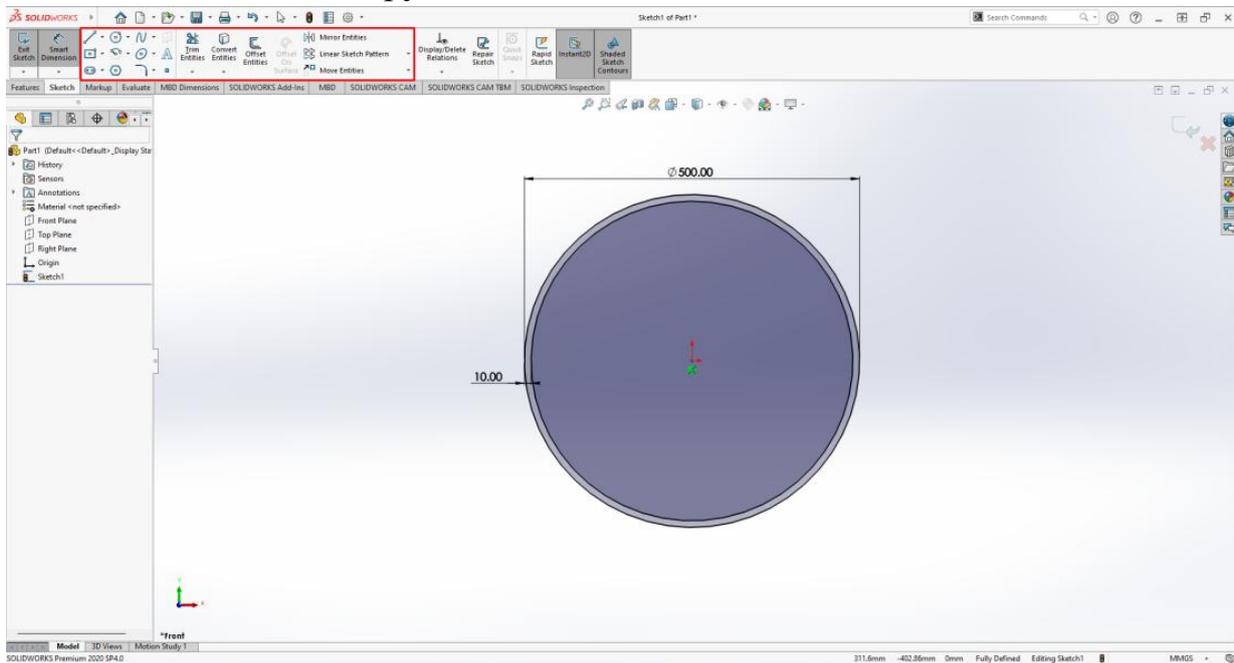


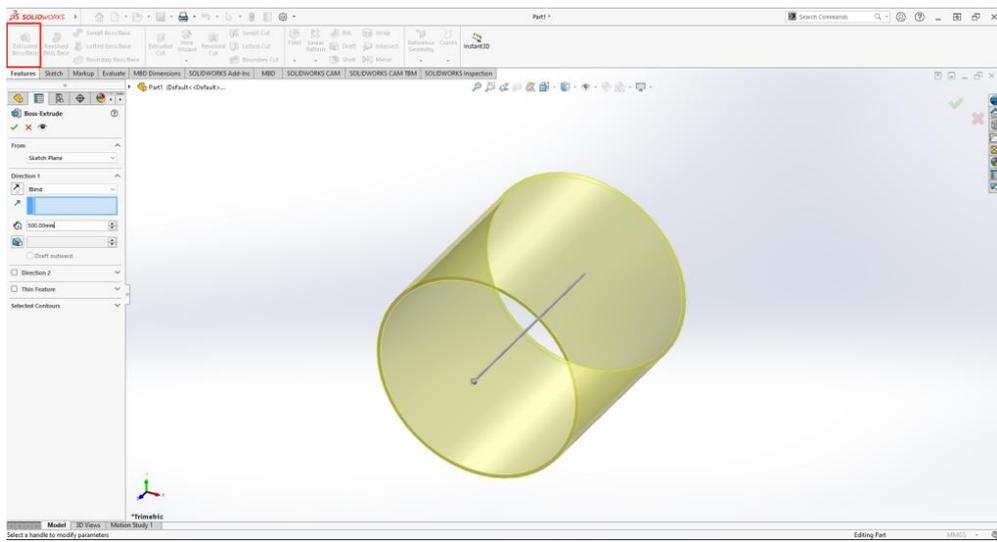
Рис. 3.18 – Схема навантаження оболонки

*Алгоритм розв'язування задачі в пакеті прикладних програм
SolidWorks 2020*

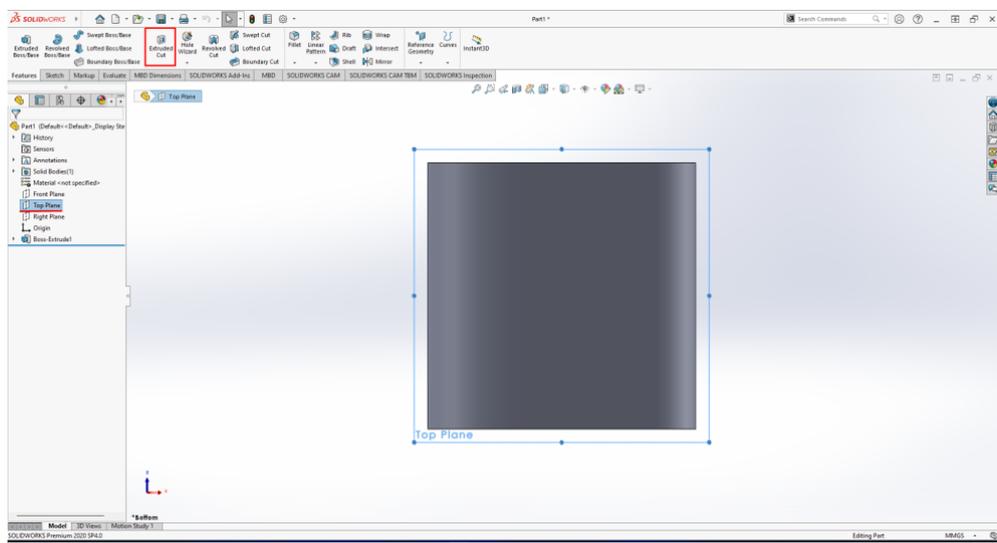
1. Див. кроки 1, 2 з розрахункової роботи №1 (п. 2.3, стор. 29).
2. Рисуємо основу для оболонки, використовуючи інструменти для малювання на панелі інструментів:



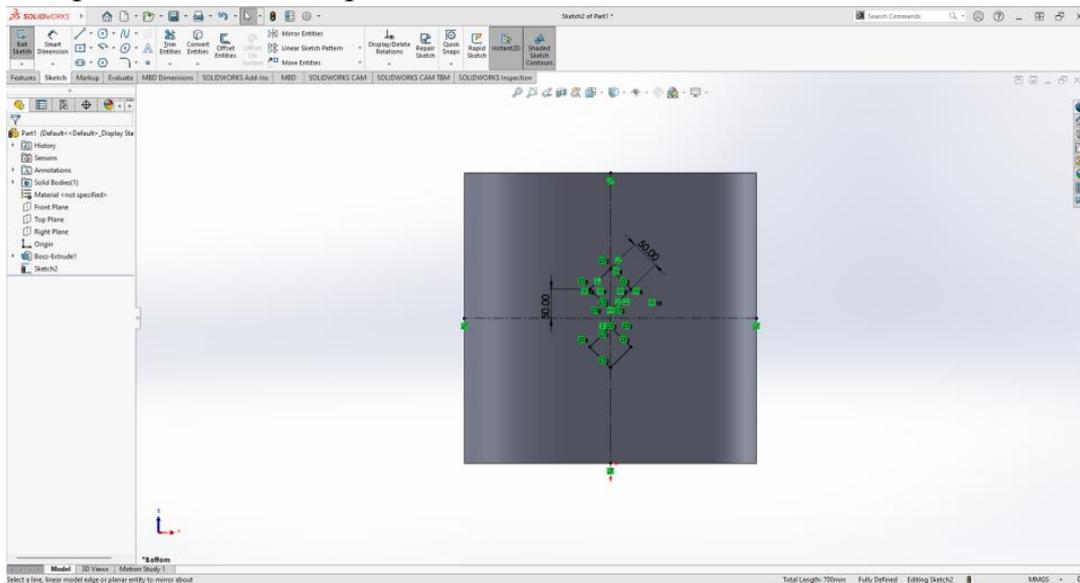
3. Задаємо висоту оболонки, використовуючи елемент «Extruded Boss/Base»:



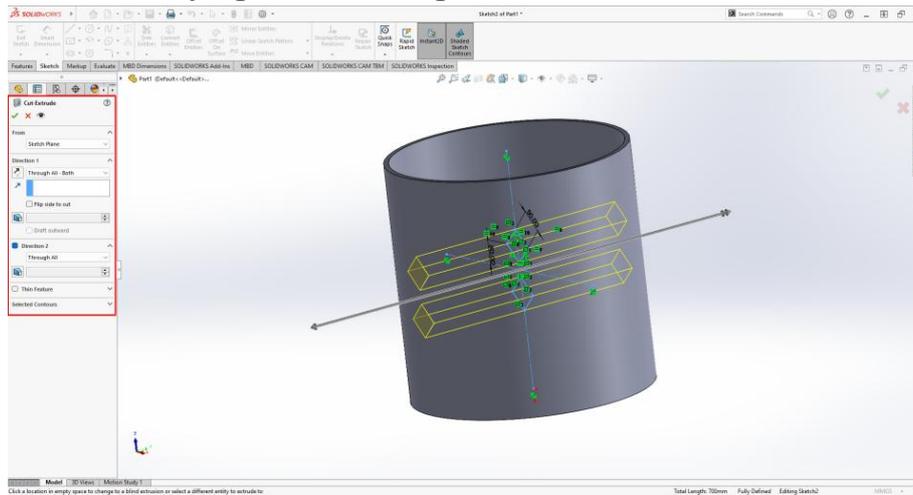
4. Обираємо площину, що проходить вздовж оболонки та натискаємо на «Extruded Cut»:



5. Створюємо ескіз отворів:

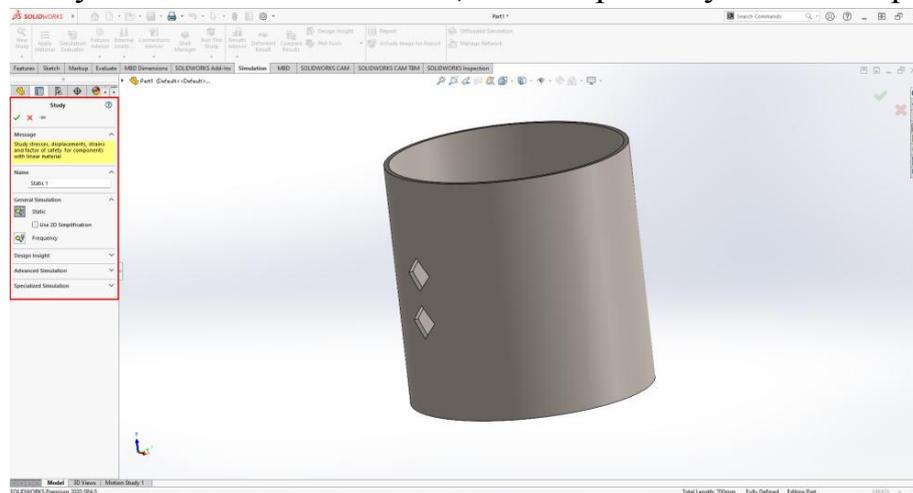


6. Виходимо з ескізу і робимо отвори в оболонці:



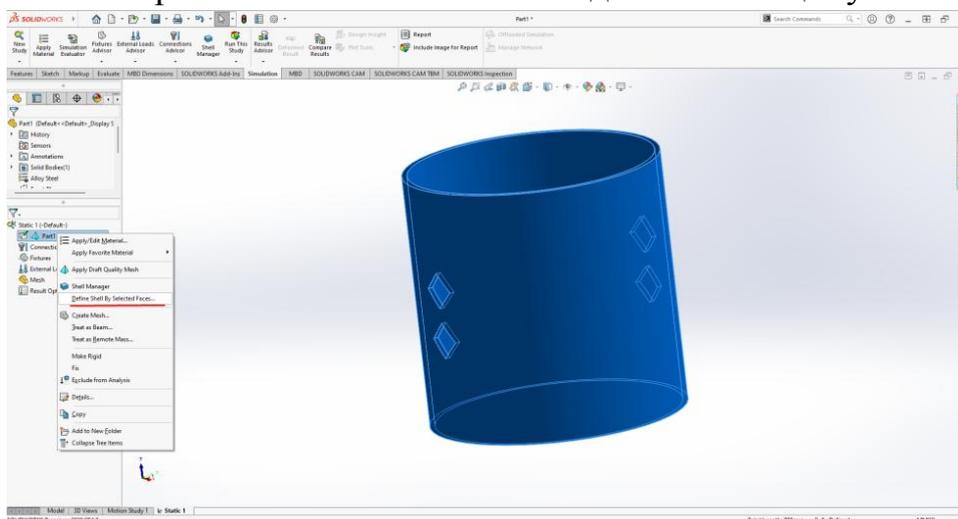
7. Див. кроки 5 – 7 з розрахункової роботи №1 (п. 2.3, стор. 30, 31).

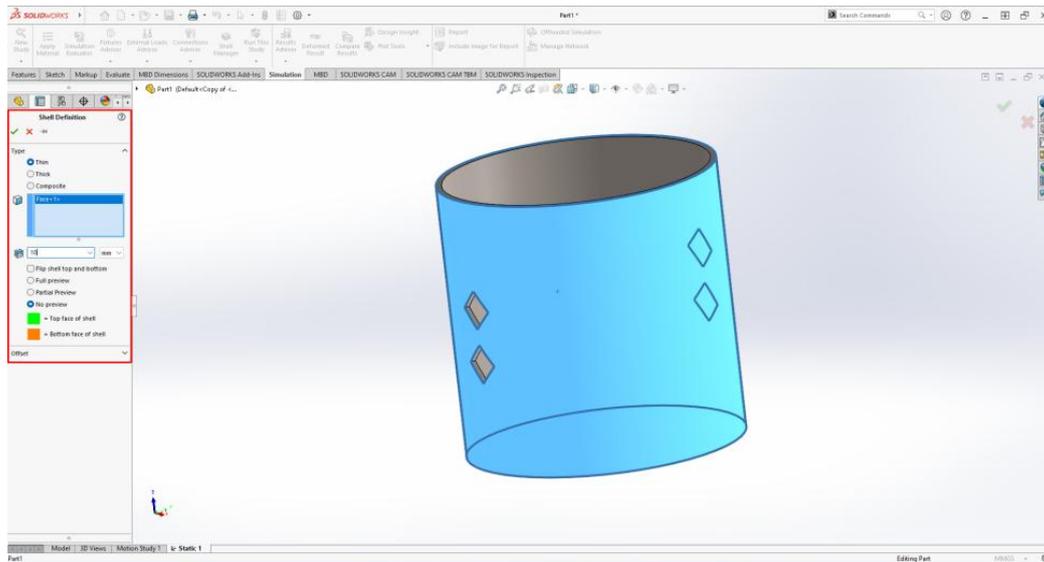
8. Налаштовуємо наше дослідження, не використовуючи 2D спрощення:



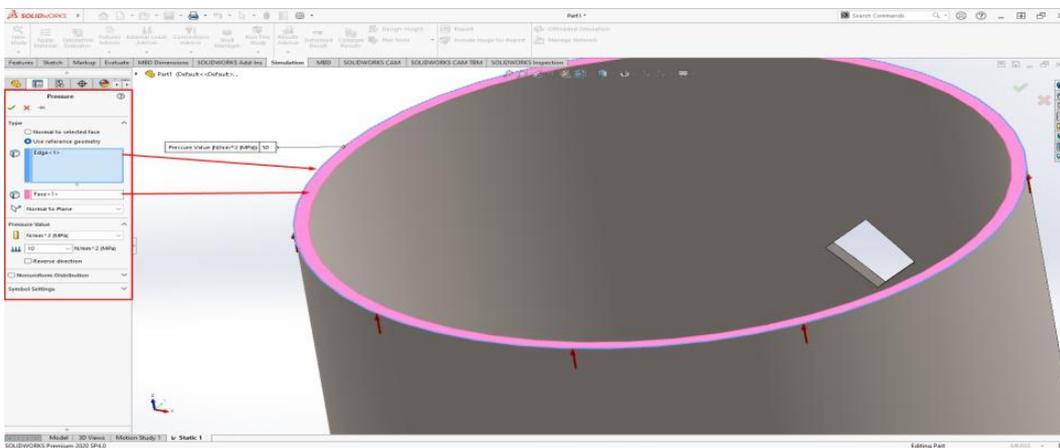
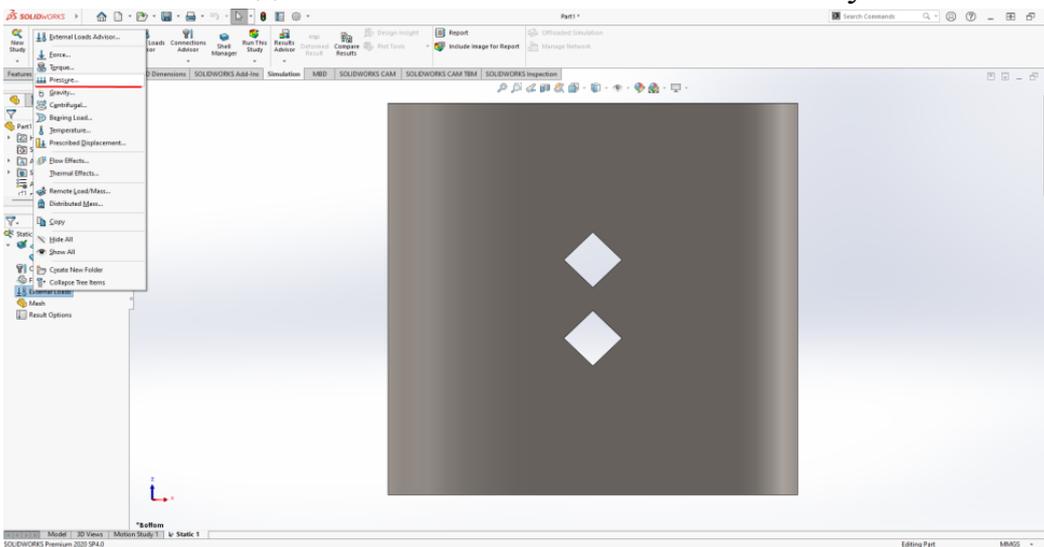
9. Див. крок 9 з розрахункової роботи №1 (п. 2.3, стор. 26).

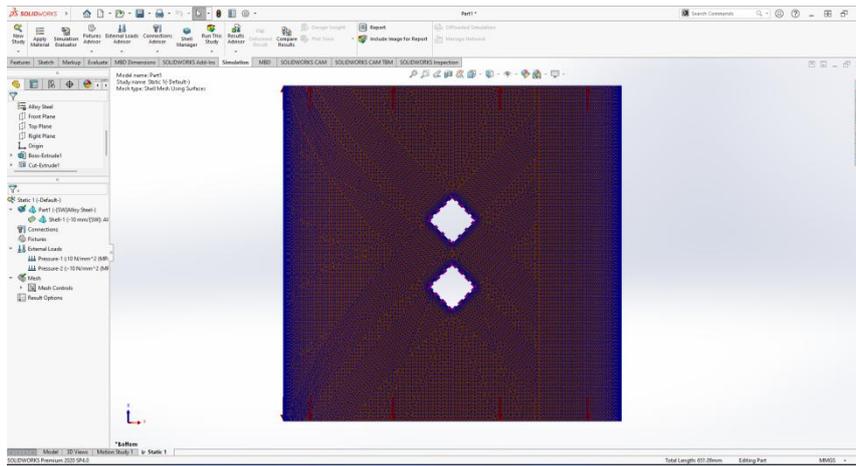
10. Налаштовуємо оболонку. Для цього на дереві дослідження натискаємо правою кнопкою на нашу деталь та вибираємо «Define Shell By Selected Faces». Далі обираємо поверхню нашої оболонки та задаємо її товщину:



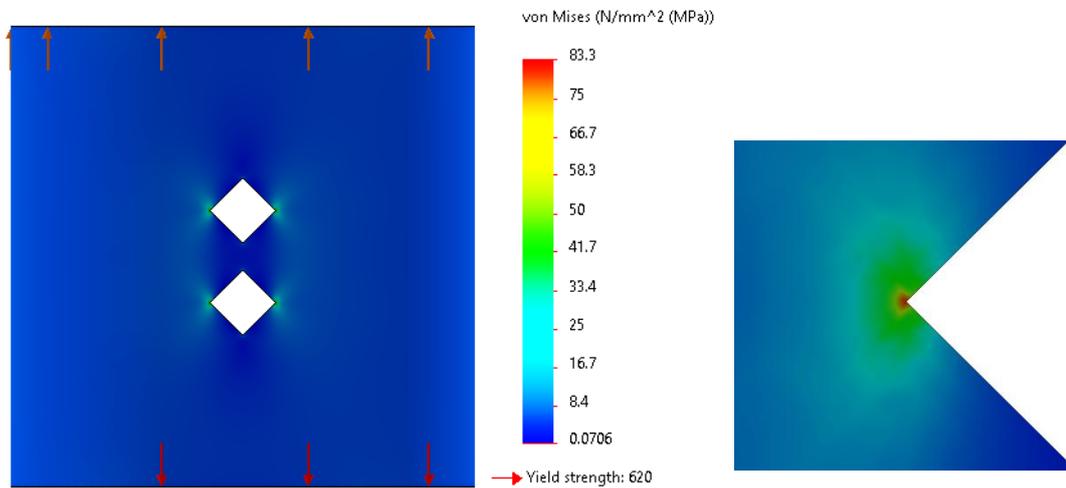


11. Прикладаємо навантаження на необхідні ділянки. Для цього див. п. 10 розрахункової роботи №1 (п. 2.3, стор. 32). При налаштуванні навантажень необхідно вибрати тип «Use reference geometry», обрати кромку та верхню поверхню оболонки. Задаємо «Normal to Plane» та величину навантаження:

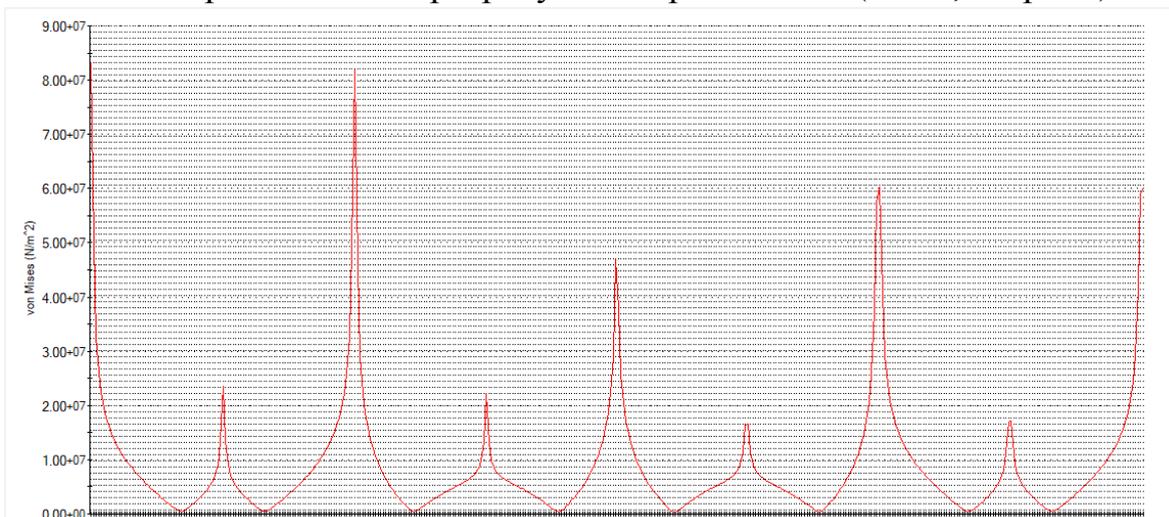




12. Див. кроки 11 – 13 з розрахункової роботи №1 (п. 2.3, стор. 34–36).
13. Отримаємо результат розподілу інтенсивності напружень в пластині:



14. Будемо графік розподілу інтенсивності напружень по розгортці отвору. Для цього повторюємо п. 14 з розрахункової роботи №1 (п. 2.3, стор. 36).



3.4 Завдання

Постановка задачі. Дана тонкостінна циліндрична оболонка радіусу R , довжини H , яка послаблена двома отворами, розташованими на відстані l між їх центрами. Оболонка знаходиться під дією рівномірного навантаження розтягу, прикладеного до її торців.

Необхідно:

1. Побудувати математичну модель задачі;
2. Визначити НДС оболонки з отворами відповідної конфігурації;
3. Визначити ККН;
4. Побудувати епюри і графіки розподілу інтенсивностей напружень і деформацій в оболонці;
5. Провести порівняльний аналіз отриманих результатів з результатами для оболонки з одним отвором (центрально розташованим) та для відповідної пластини з отворами.
6. Дослідити вплив кривини оболонки на ККН (при зменшенні R : $R/2$; $R/4$);
7. Провести верифікацію результатів розрахунку з розв'язками, відомими в літературі.

Вказівки: Матеріал оболонки – легована сталь, її розміри і розміри отворів відповідають розмірам пластини (див. розрахункову роботу №1): радіус $R = l_1/2$; довжина $H = l_2$.

Примітка. Звіт оформити за ДСТУ-2010. Навести алгоритм розв'язування задачі в пакеті прикладних програм, що застосовується. В розрахунках використовувати адаптовану сітку. Скласти порівняльну таблицю значень ККН оболонки з двома та одним отвором, а також для відповідної пластини, навести відхилення (%). Сформулювати висновки. В додатках навести графічні інтерпретації розподілу інтенсивності напружень по розгортці контуру отвору для всіх розглянутих випадків.

4 РОЗРАХУНКОВА РОБОТА №3

Розрахунок тонкої пластини з отворами та включеннями

4.1 Постановка задачі

Дана тонка пружна однорідна ізотропна прямокутна пластина товщини h , розмірами $l_1 \times l_2$, з двома круговими отворами, розташованими на відстані l між їх центрами та двома трикутними включеннями з іншого матеріалу. Пластина знаходиться під дією рівномірного одновісного навантаження розтягу.

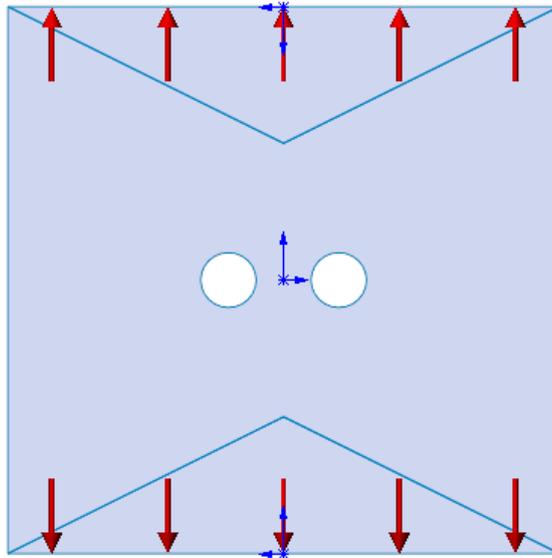


Рис. 4.1 – Схема навантаження пластини

Матеріал пластини – легована сталь ($E = 210 \text{ ГПа}$, $\nu=0,3$); матеріал включень – алюміній ($E = 70 \text{ ГПа}$, $\nu=0,36$). Розміри пластини: $0,2 \times 0,2 \text{ м}$; навантаження розтягу: $p=10 \text{ МПа}$; радіуси отворів: $r_1 = r_2 = 0,01 \text{ м}$, $l = 4r$; товщина пластини $h=0,005 \text{ м}$.

Необхідно побудувати математичну модель задачі та визначити НДС пластини з отворами і включеннями.

4.2 Опис алгоритму

Нижче наведено алгоритм розв'язування даної задачі.

1. Повторюємо кроки 1–6 алгоритму розв'язування задачі Кірша (див. п. 1.2, стор. 11–13).
2. Створюємо на ескізі пластини два кола і потім в лівій частині екрана задаємо радіуси кожного з отворів (10 мм) та розташування їх центрів так, щоб відстань між ними була 40 мм.

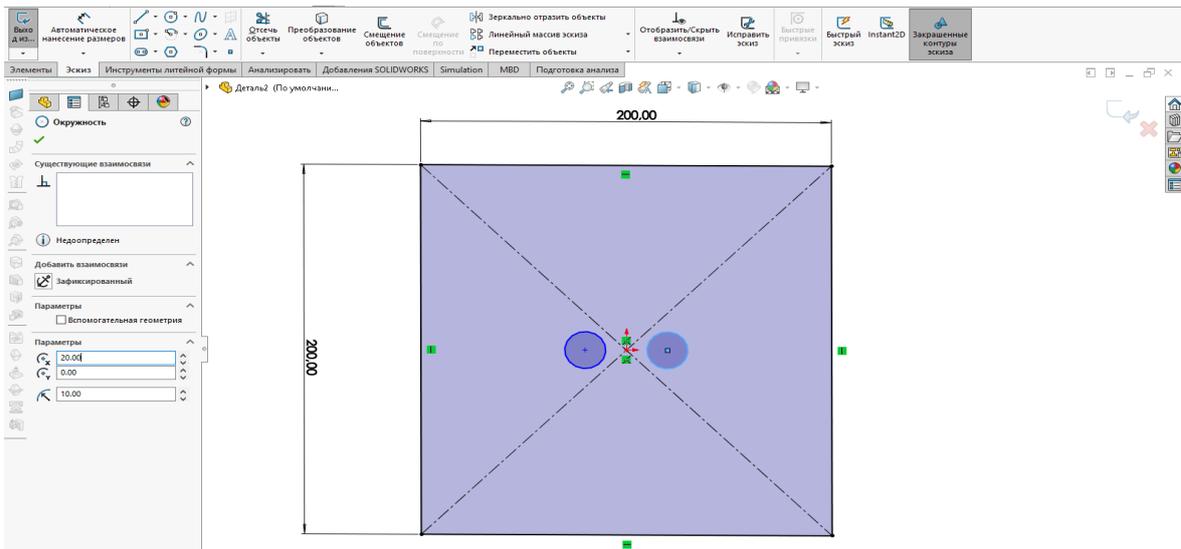


Рис. 4.2 – Завдання розмірів отвору

3. Потім створюємо на цьому ескізі вирізи для включень. В нашому випадку це можна зробити за допомогою пункту «Лінія» у розділі меню «Ескіз». Щоб видалити зайві лінії треба натиснути на пункт «Відсікти об'єкти» та вибрати ці лінії.

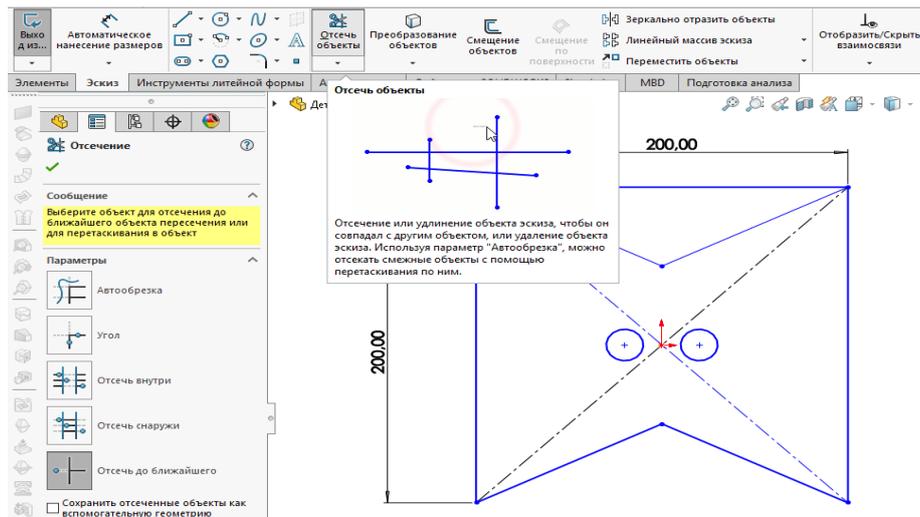


Рис. 4.3 – Створення вирізів для включень

4. Тепер, щоб задати товщину пластини, вибираємо наш ескіз, натиснувши на нього в дереві конструювання, переходимо у розділ меню «Елементи» і натискаємо на пункт «Витягнута основа». Зліва у налаштуваннях задаємо товщину нашої пластини (5 мм). Далі натискаємо на зелену галочку.

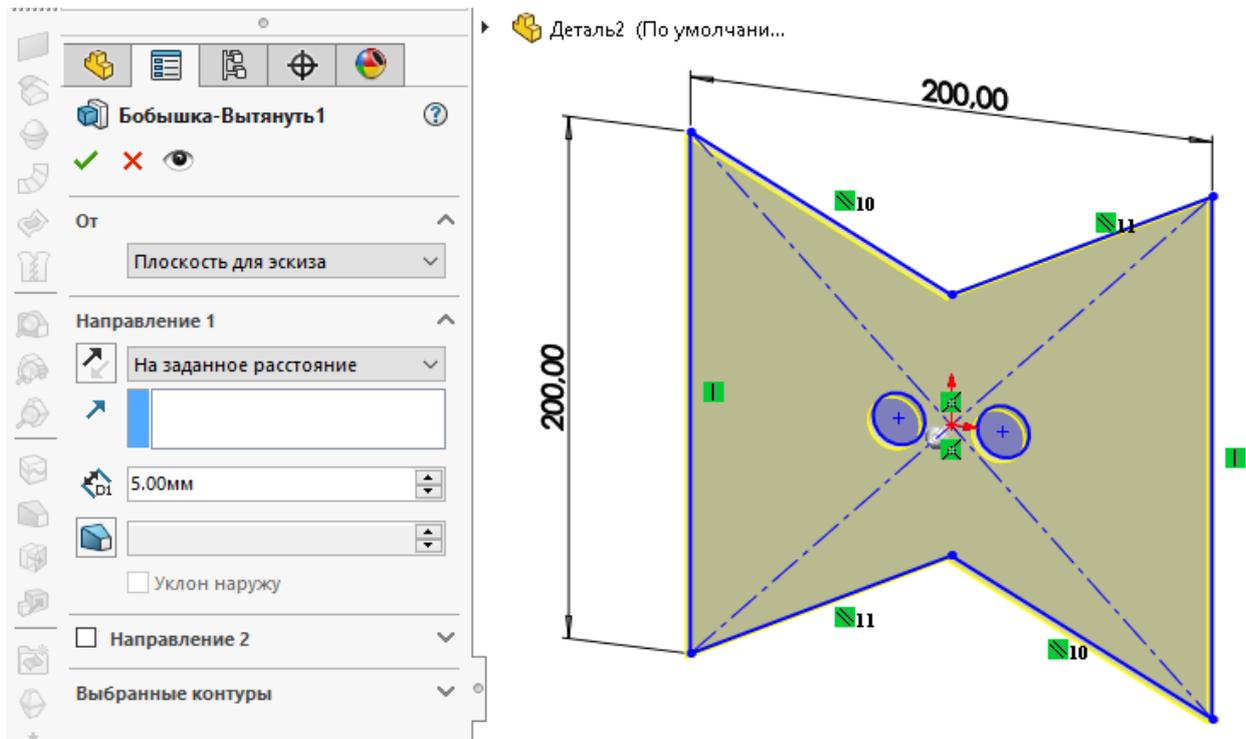


Рис. 4.4 – Завдання товщини пластини

5. Після цього створюємо нову деталь, яка буде включенням. Для нашої задачі за допомогою пункту «Лінія» у розділі меню «Ескіз» створюємо ескіз трикутника такого ж розміру, як вирізи в пластині.

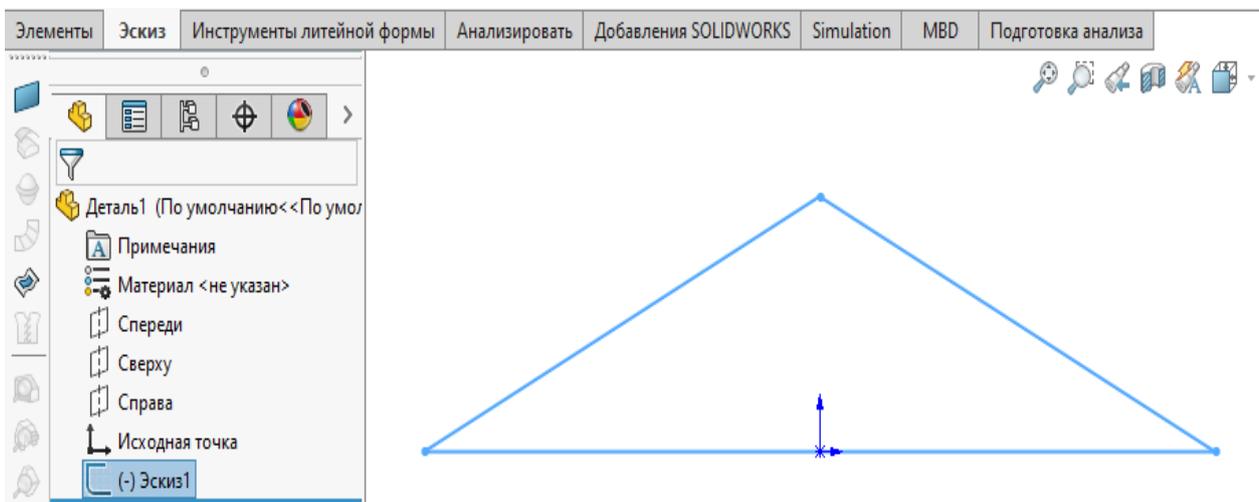


Рис. 4.5 – Створення ескізу включення

6. Щоб задати товщину включення, вибираємо ескіз в дереві конструювання, переходимо у розділ меню «Елементи» і натискаємо на пункт «Витягнута основа». Зліва у налаштуваннях задаємо таку ж товщину, як і у пластини (5 мм). Далі натискаємо на зелену галочку.

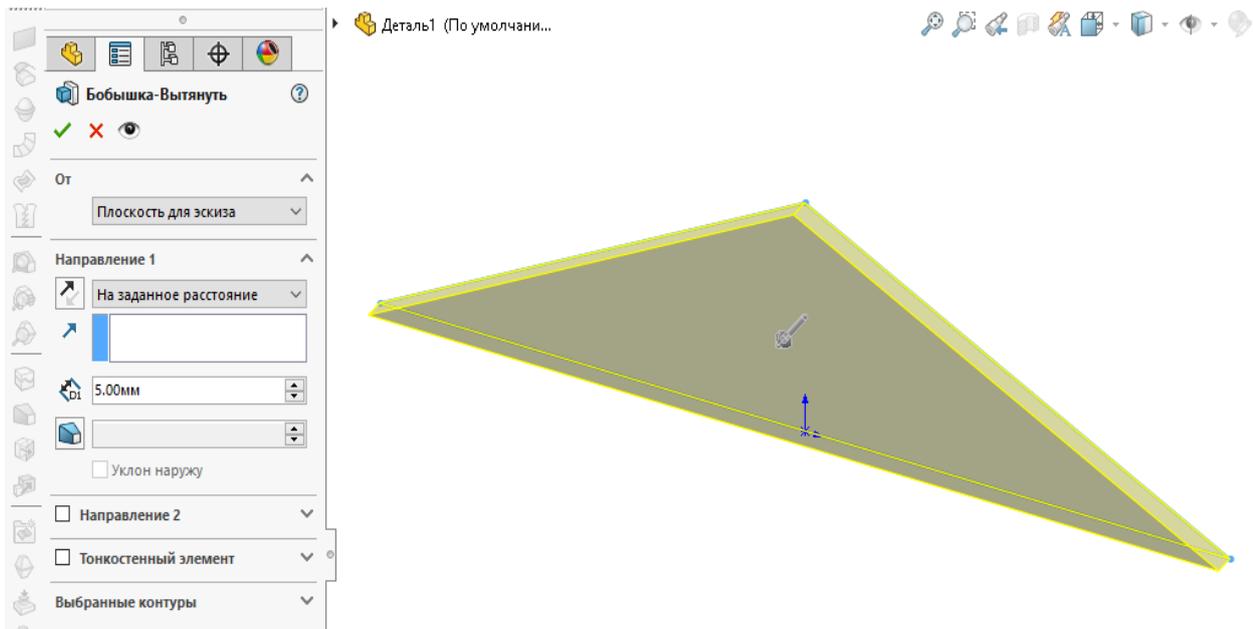


Рис. 4.6 – Завдання товщини включення

7. Потім зберігаємо цю деталь та закриваємо проєкт. Натискаємо на підпункт меню «Створити» і у вікні, що з'явилося, вибираємо «Збірка» та натискаємо «Ок».

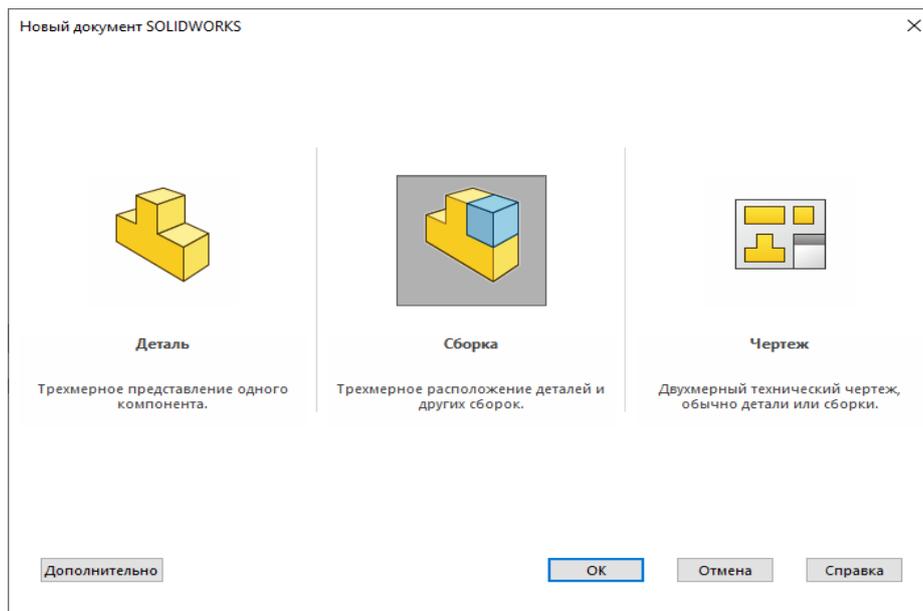


Рис. 4.7 – Створення збірки

8. У вікні, що відкрилося, вибираємо створені раніше деталі для збірки. Створюємо збірку, вибираємо пластину та включення і сполучаємо пластину та включення.

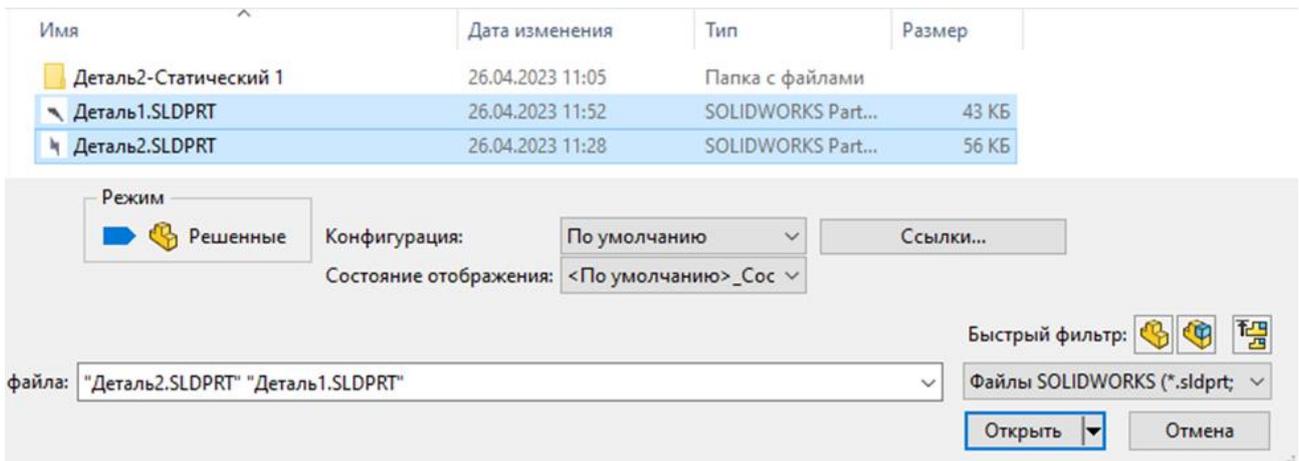


Рис. 4.8 – Вибір деталей для збірки

9. У розділ меню «Збірка» натискаємо на пункт «Вставка компонентів», щоб ще раз завантажити включення, оскільки у нашій задачі два однакових включення.

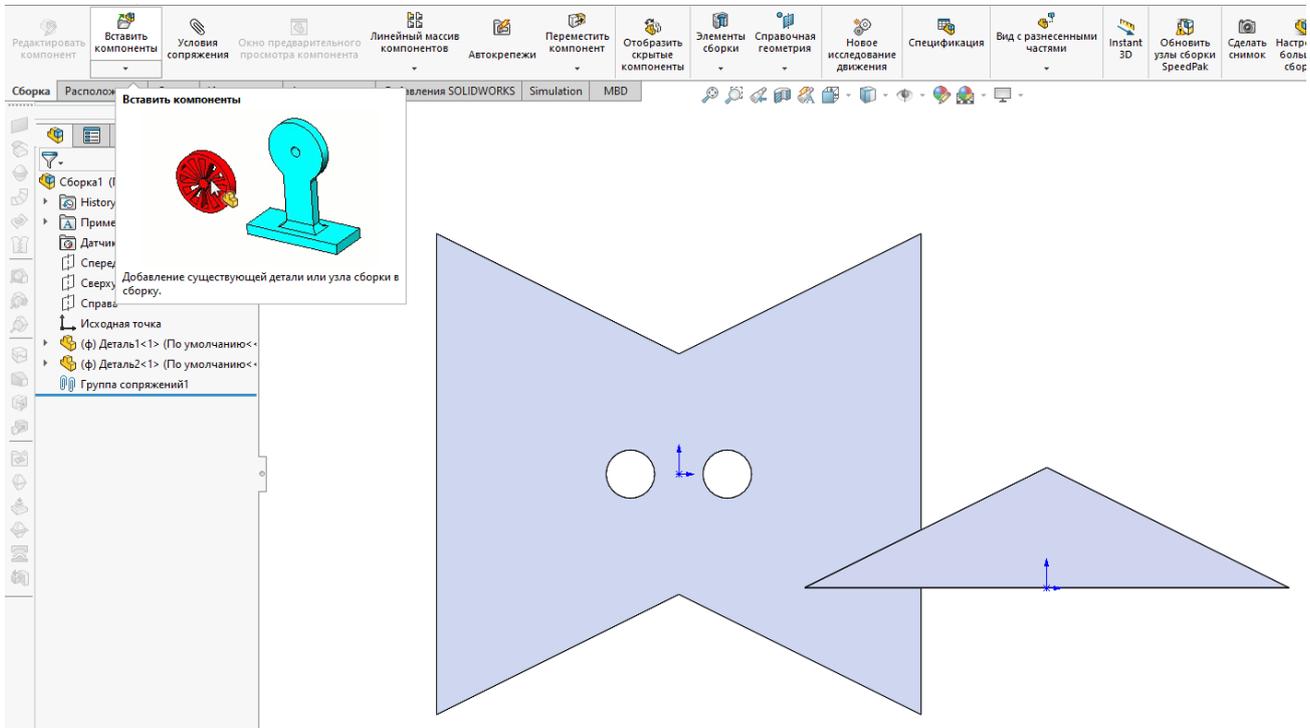


Рис. 4.9 – Завантаження включення

10. Щоб з'єднати включення з пластиною, у розділ меню «Збірка» натискаємо на пункт «Сполучення». У налаштуваннях вибираємо пункт «З'єднання» та натискаємо на кромки або грані пластини та включення, які потрібно з'єднати. Для з'єднання включення з пластиною часто доводиться задавати декілька «Сполучень».

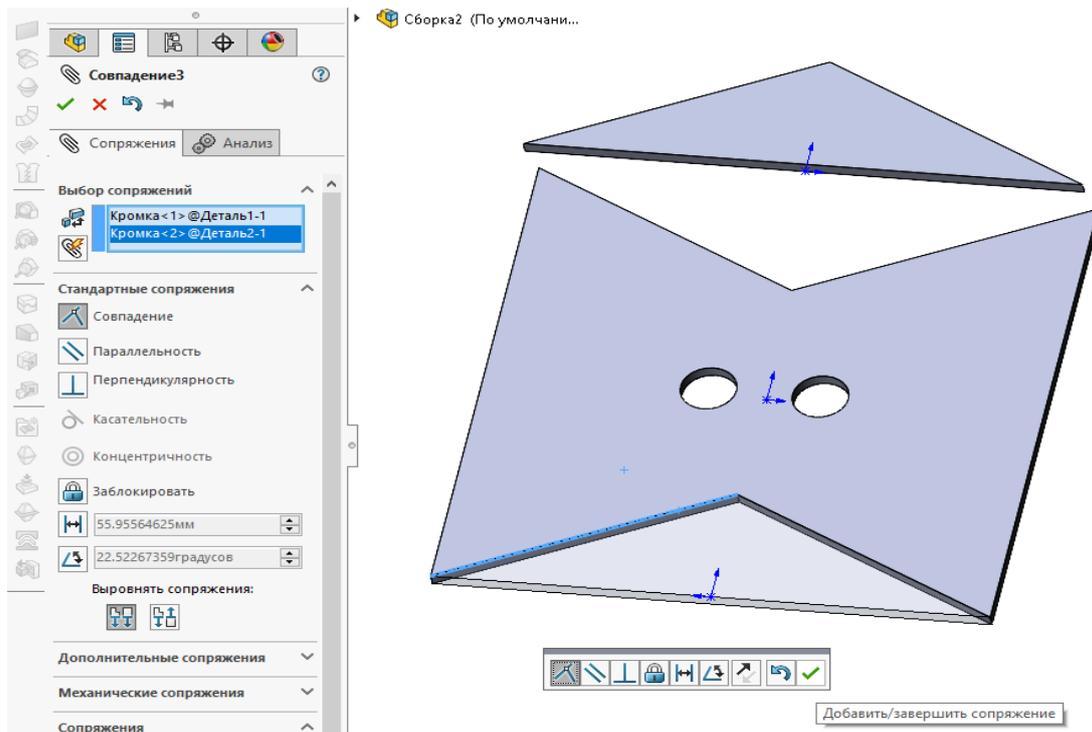


Рис. 4.10 – Завантаження включення

11. Збірка створена. Далі переходимо у розділ меню «Simulation» і натискаємо на пункт «Нове дослідження».

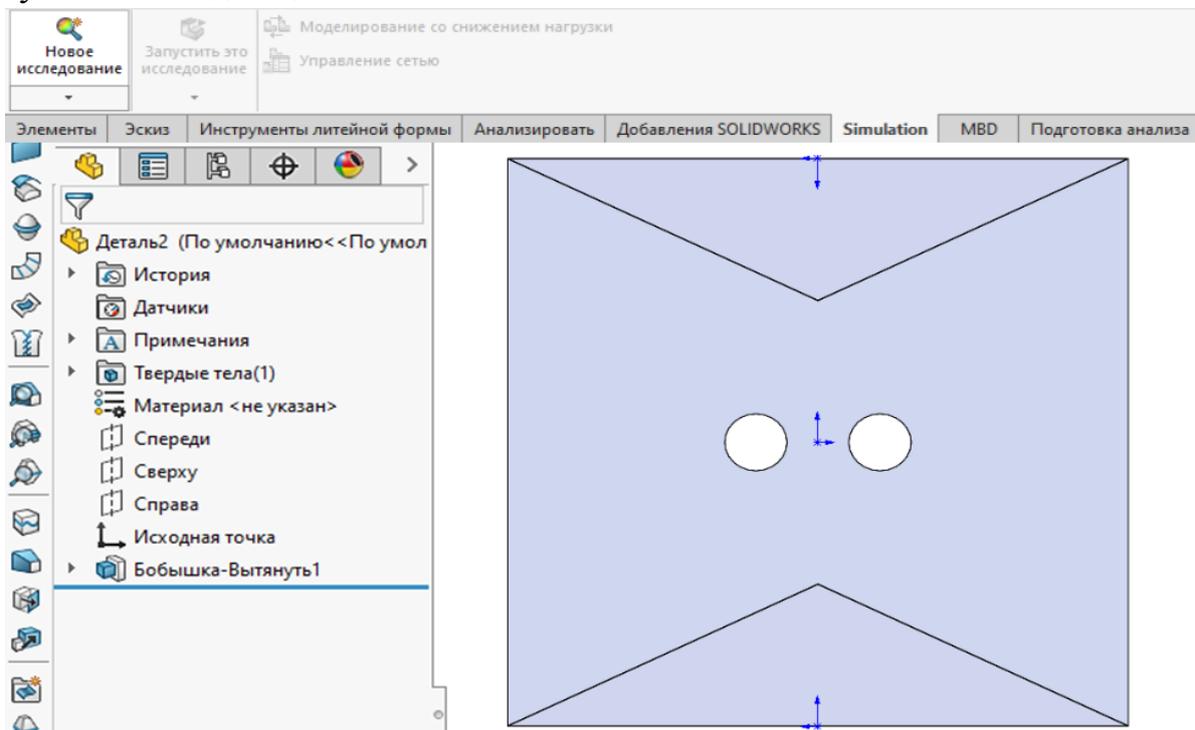


Рис. 4.11 – Створення нового дослідження

12. Зліва у властивостях дослідження вибираємо «Статичний аналіз» і ставимо галочку «Використовувати 2D спрощення».

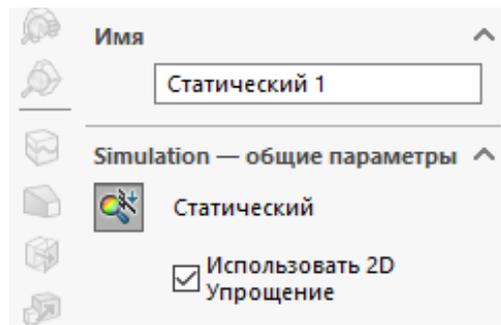


Рис. 4.12 – Налаштування параметрів дослідження

13. Потім треба вибрати тип дослідження. Для нашої задачі використовуємо «Плоске деформованя». Також треба задати «Площину розміщення», для цього натискаємо на грань пластини та включень. Нижче задаємо глибину перерізу, яка дорівнює товщині нашої пластини (5 мм) і натискаємо «ОК».

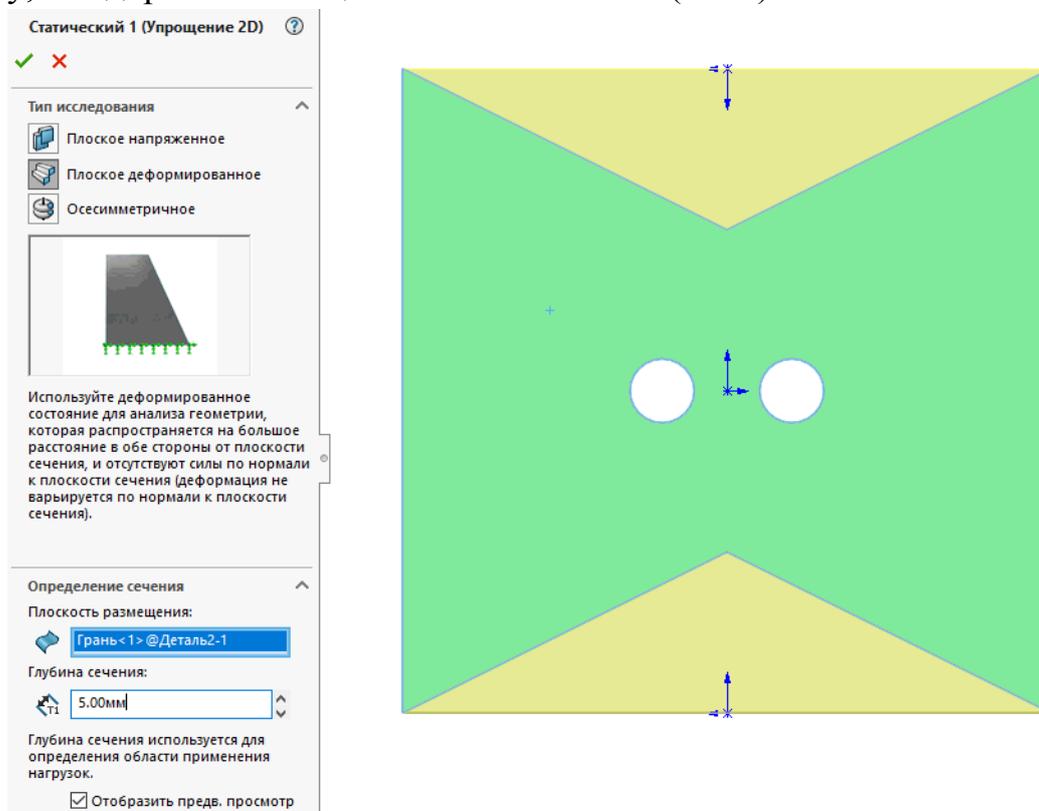


Рис. 4.13 – Налаштування параметрів 2D спрощення

14. Правою кнопкою миші натискаємо «Деталь», яка є пластиною, у дереві конструювання, та у списку, що з'явився, вибираємо «Застосувати/редагувати матеріал». Після цього відкриється вікно зі списком матеріалів та їх властивостями, вибираємо «Легована сталь». Далі натискаємо «Застосувати» і «Закрити». Таким же чином задаємо матеріал включень – «1060 Сплав алюмінію».

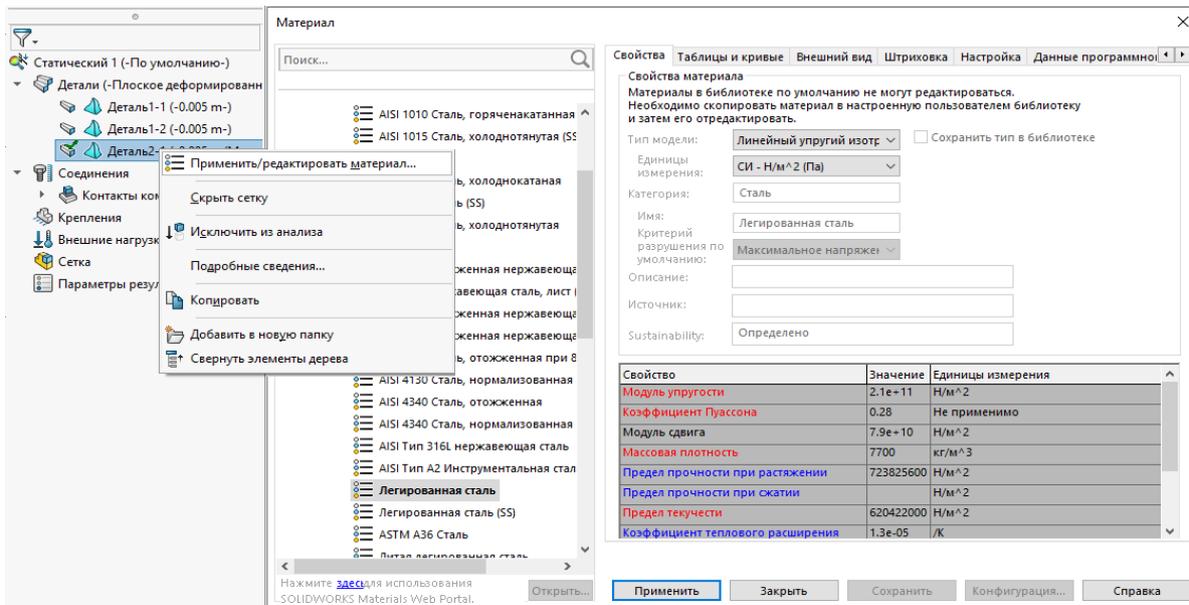


Рис. 4.14 – Вибір матеріалу пластини та включень

15. Для того щоб задати навантаження, натискаємо правою кнопкою миші на пункт «Зовнішні навантаження», та вибираємо у списку «Тиск». Потім вибираємо сторони включень, до яких буде прикладене навантаження. Нижче задаємо величину та розмірність тиску. Також в даному випадку (це видно із графічного зображення навантаження до пластини) треба поставити галочку «Реверс напрямлення», щоб отримати розтягуювальні навантаження.

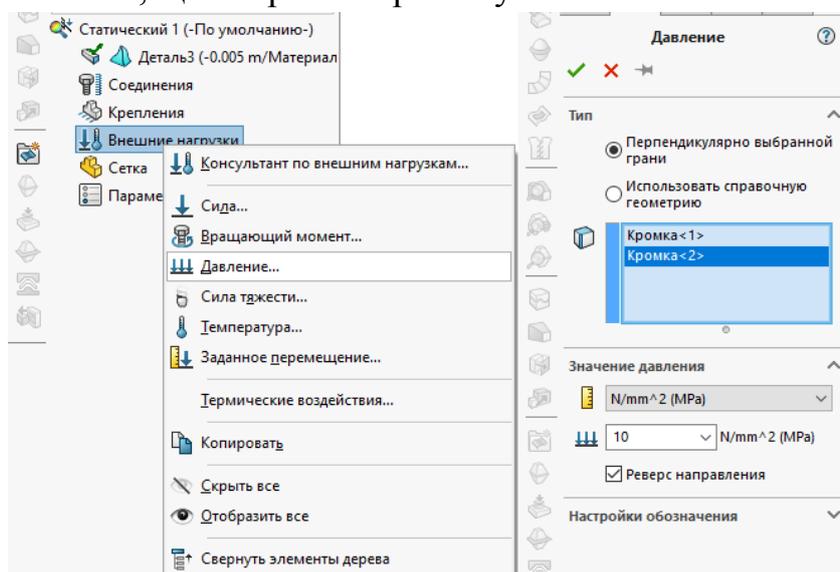


Рис. 4.15 – Завдання навантаження

16. Далі потрібно створити сітку. Щоб отримати більш точні результати, навколо отвору треба застосовувати адаптовану сітку меншого розміру. Для цього правою кнопкою миші натискаємо на пункт «Сітка» та вибираємо «Застосувати елемент керування сіткою». Потім натискаємо на кругові отвори, вибираємо розміри сітки (1 мм) та натискаємо «ОК».

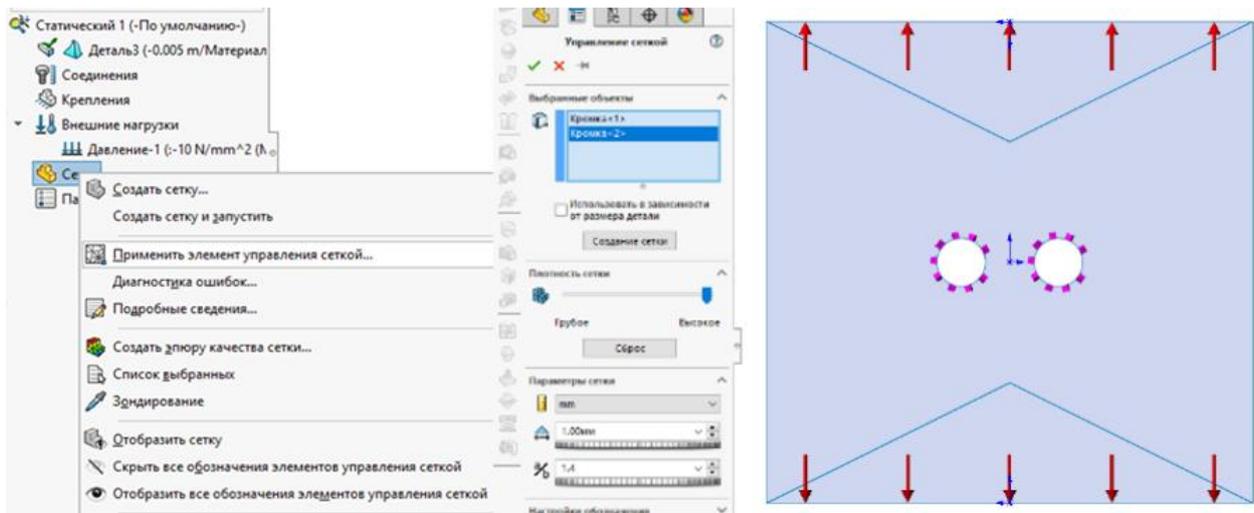


Рис. 4.16 – Створення адаптивної сітки

17. Потім правою кнопкою миші натискаємо на пункт «Сітка» та вибираємо «Створити сітку». У пункті «Параметри сітки» задаємо розмір скінченних елементів 8 мм та натискаємо «ОК». Бачимо побудовану сітку.

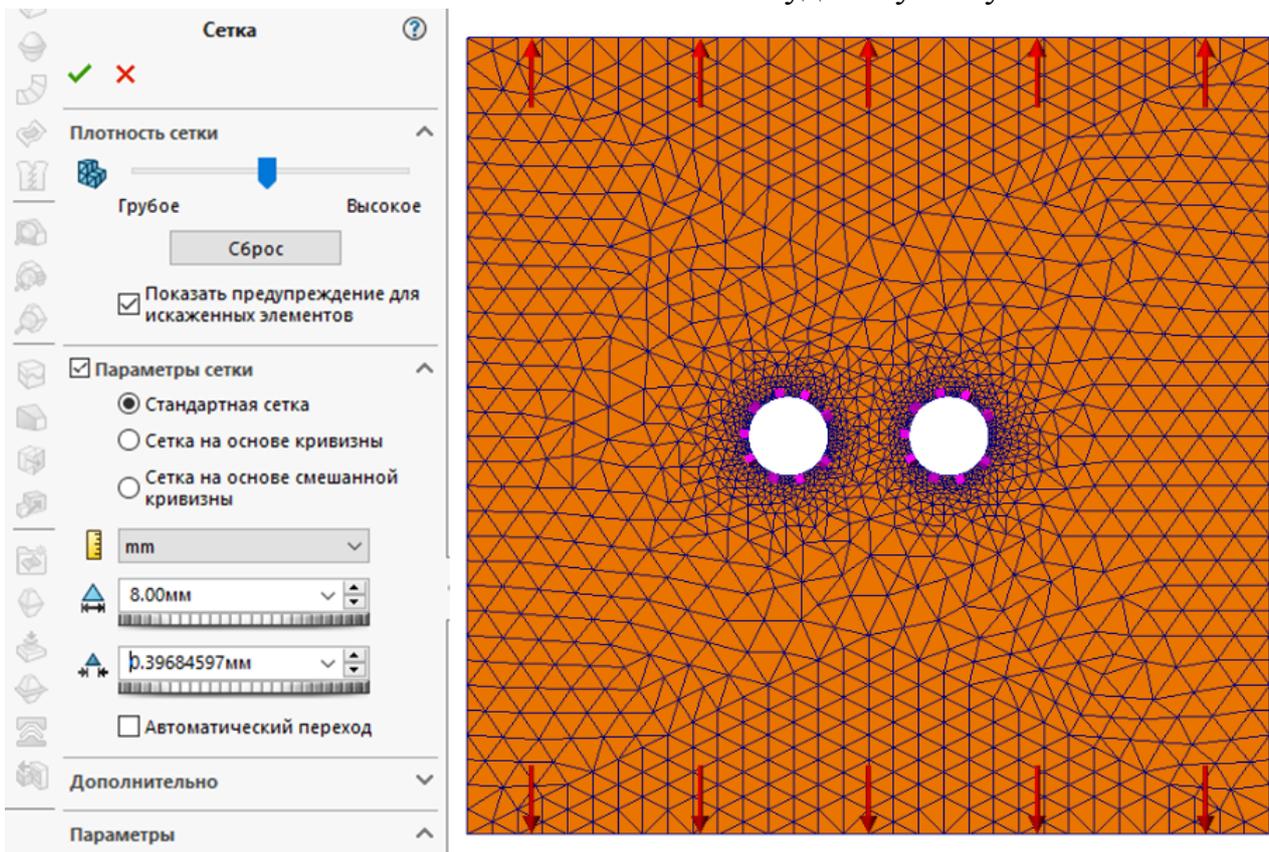


Рис. 4.17 – Створення сітки

18. Тепер правою кнопкою миші натискаємо на пункт «Статичний» та вибираємо «Властивості». У вікні, що відкрилося, ставимо галочку «Використовувати інерційне розвантаження» та натискаємо «ОК».

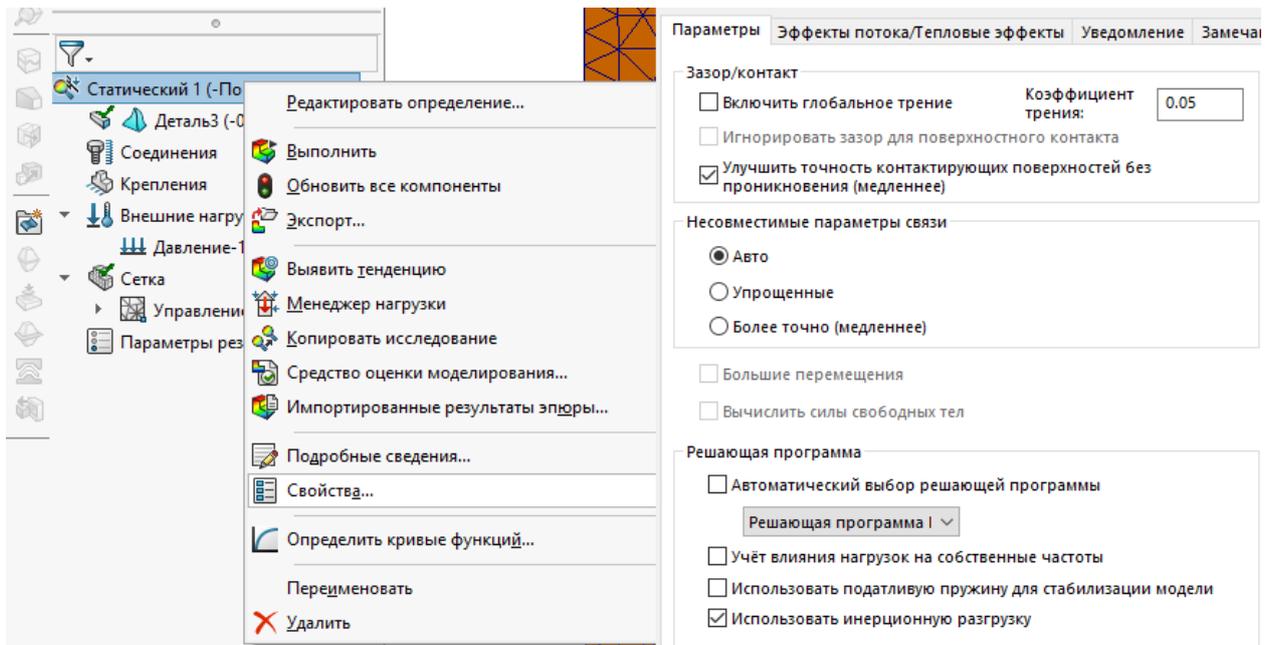


Рис. 4.18 – Використання інерційного розвантаження

19. У пункті меню «Simulation» натискаємо «Запустити це дослідження» і отримуємо графічні результати.

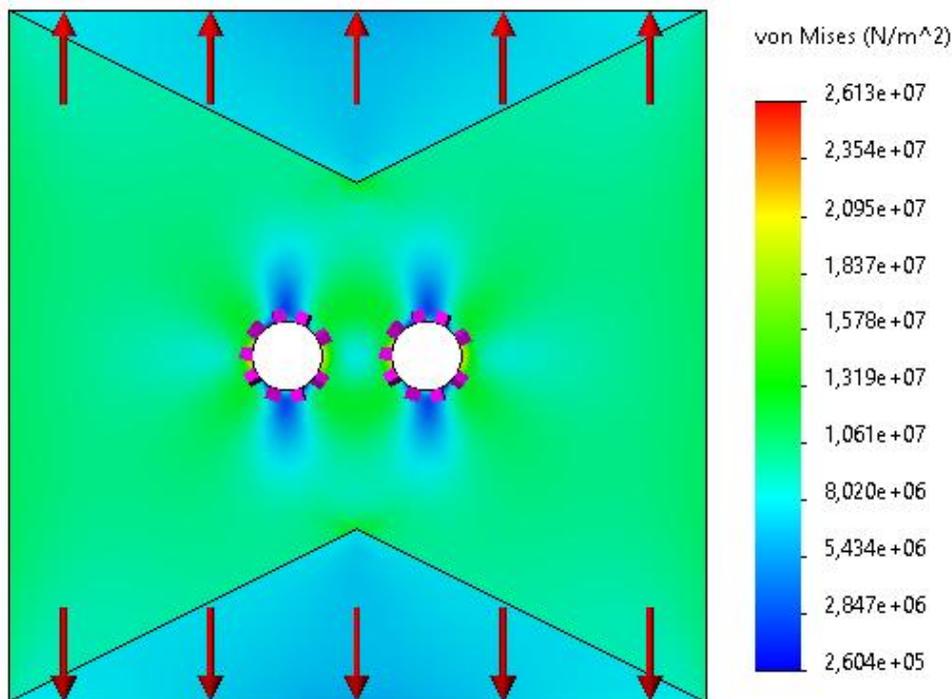


Рис. 4.19 – Інтенсивність напружень в пластині

20. Для створення графіка по розгортці отвору, натискаємо правою кнопкою миші на шкалу та вибираємо «Зондування». У налаштуваннях, які з'явилися зліва, вибираємо пункт «Для вибраних об'єктів», натискаємо на кромку отвору та на кнопку «Оновити». В розділі «Параметри звіту» натискаємо на значок «Епюра» і отримуємо графік по розгортці отвору.

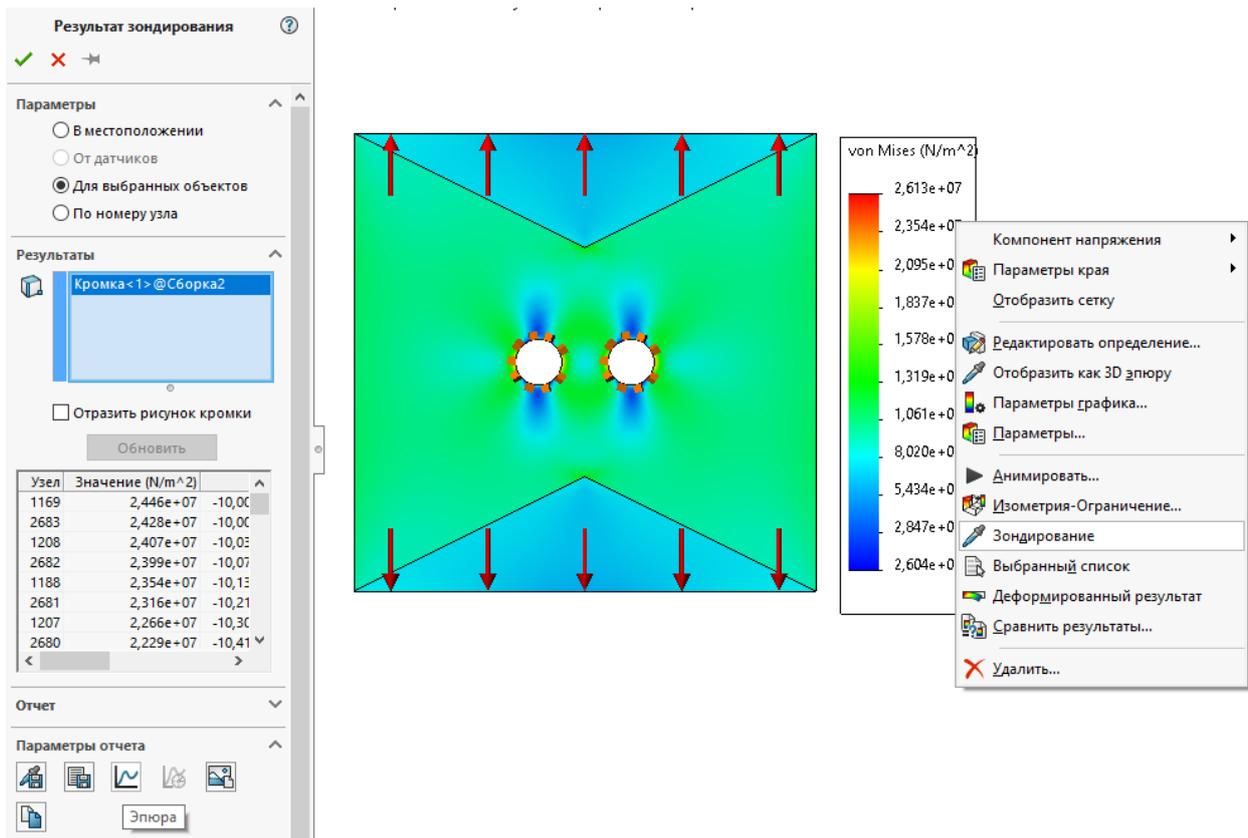


Рис. 4.20 – Створення графіку по розгортці отвору

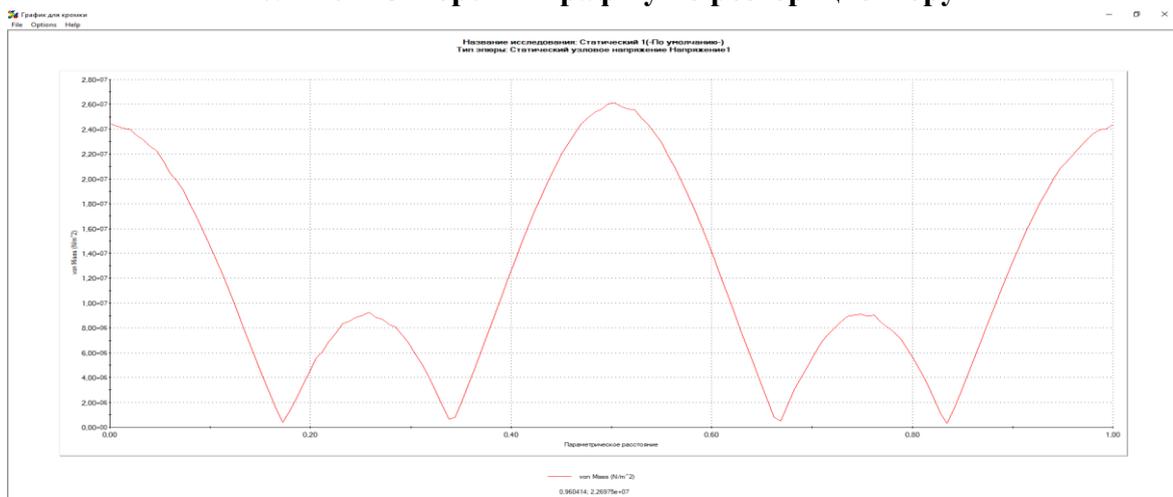


Рис. 4.21 – Графік розподілу інтенсивності напружень по розгортці отвору

4.3 Задача для пластини з гострокутним отвором і включеннями

Розглянемо задачу про визначення НДС тонкої пружної однорідної ізотропної прямокутної пластини розмірами $l_1 \times l_2$ з гострокутним отвором розмірами $a \times a$ і двома однаковими включеннями з іншого матеріалу. Пластина знаходиться під дією рівномірного одновісного навантаження розтягу (рис. 4.22).

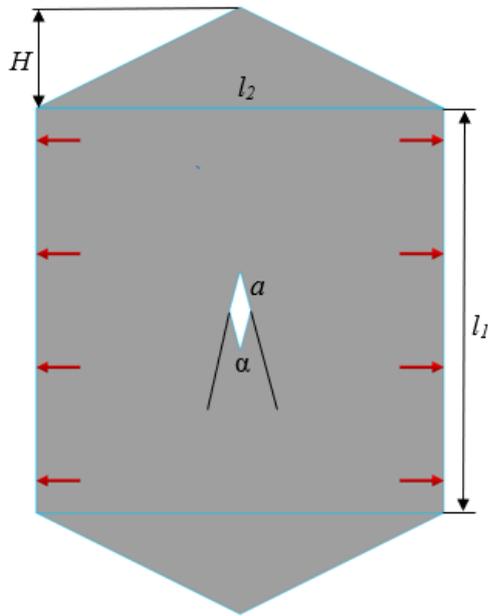
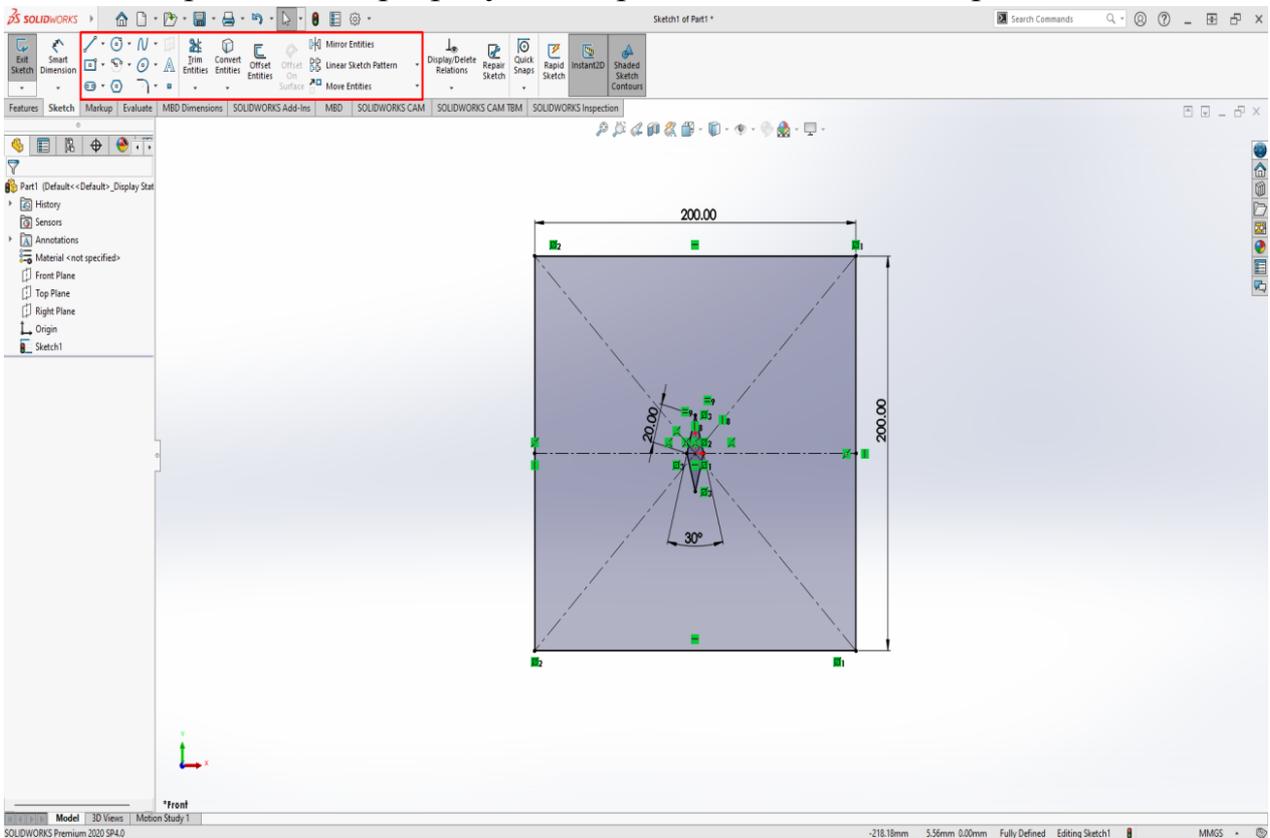
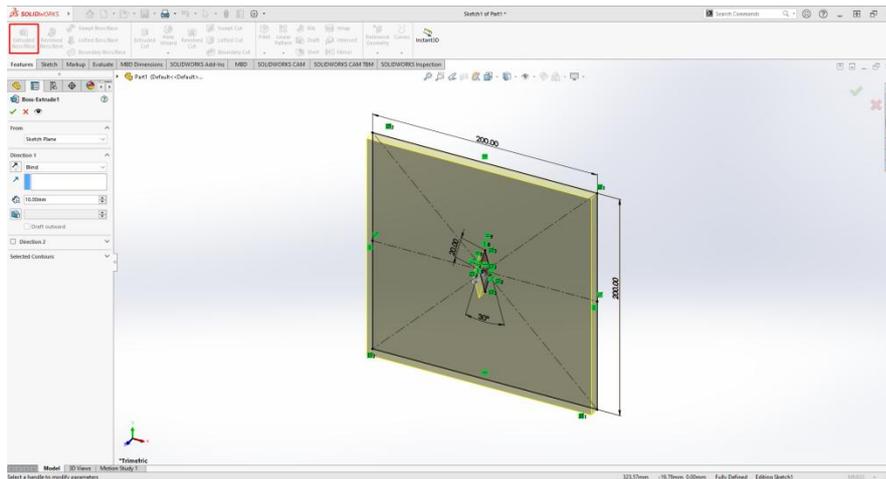


Рис. 4.22 – Схема навантаження пластини

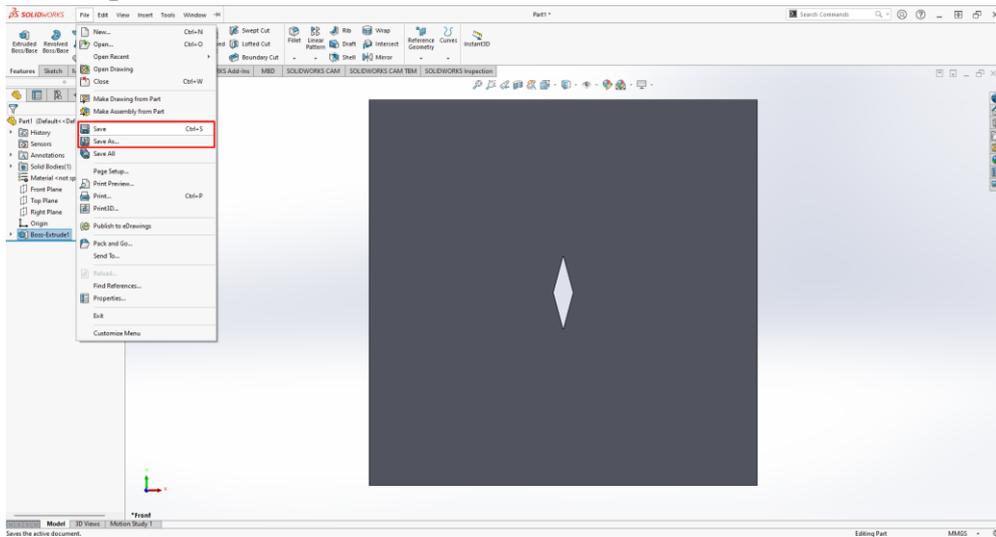
*Алгоритм розв'язування задачі в пакеті прикладних програм
SolidWorks 2020*

1. Див. кроки 1 – 5 з розрахункової роботи №1 (п. 2.3, стор. 29, 30).

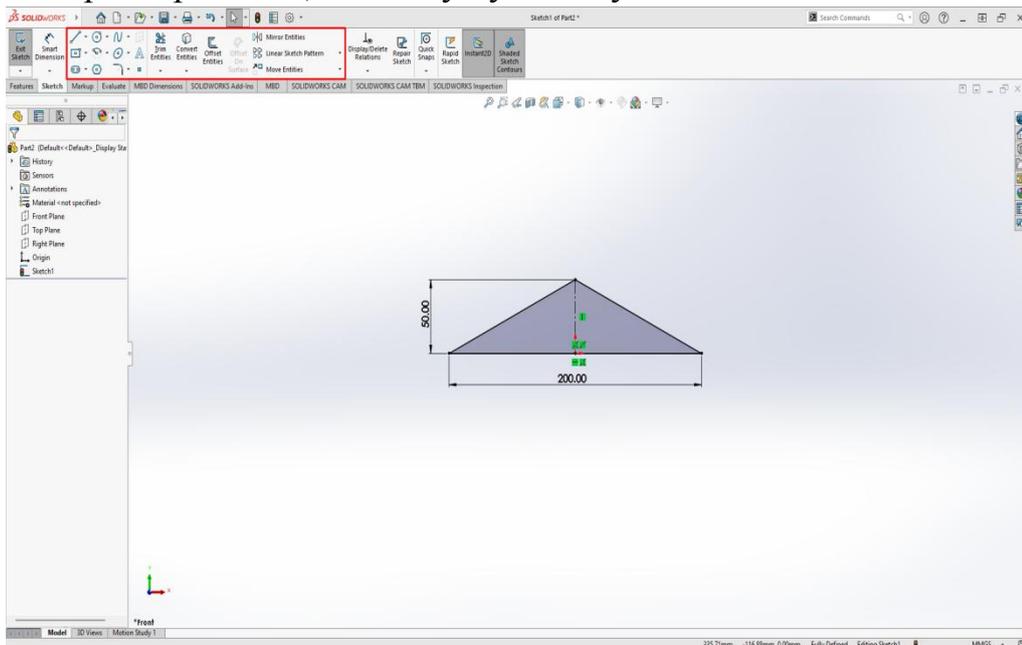


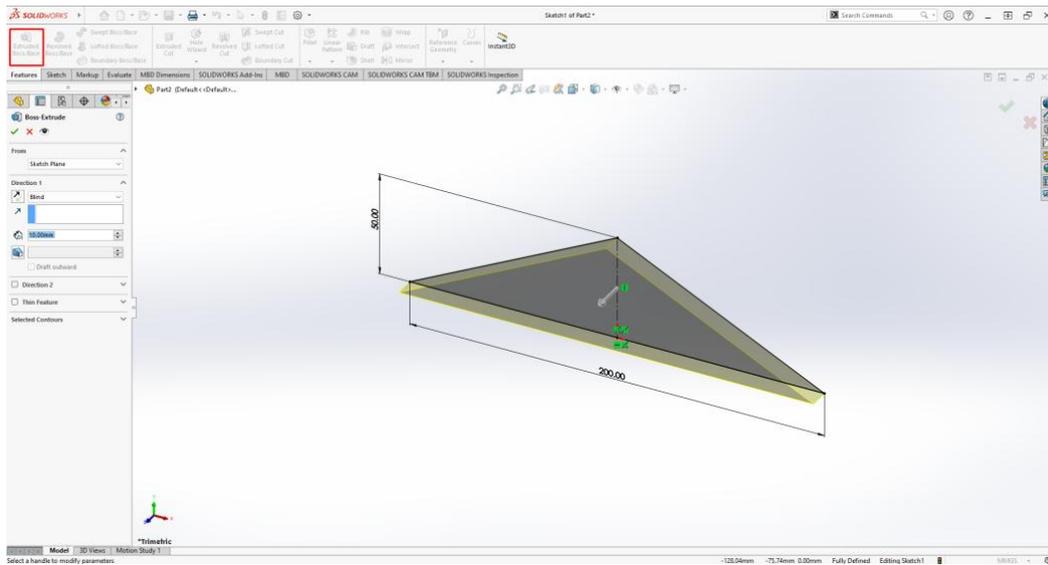


2. Зберігаємо проєкт:



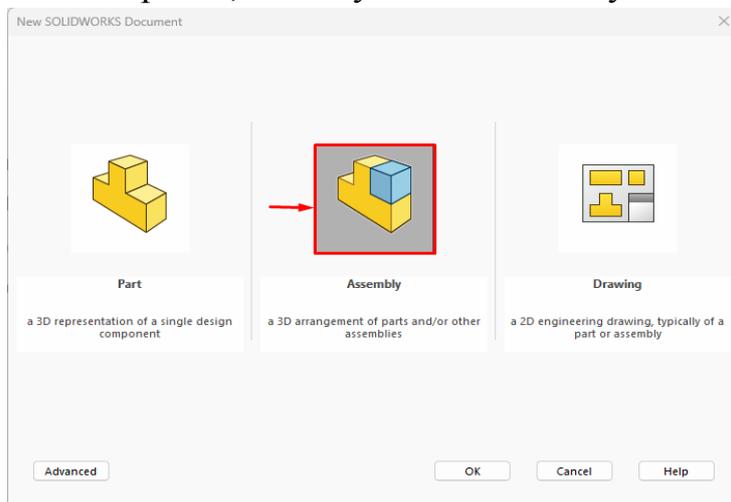
3. Створюємо новий проєкт (див. кроки 1 – 5 з розрахункової роботи №1 (п. 2.3, стор. стор. 29, 30), в якому буде побудована модель включення:



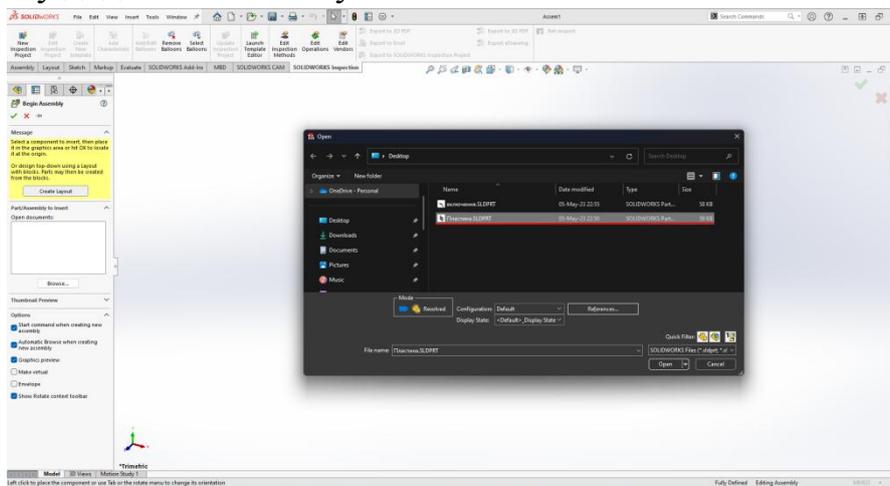


4. Зберігаємо проєкт (див. крок 2).

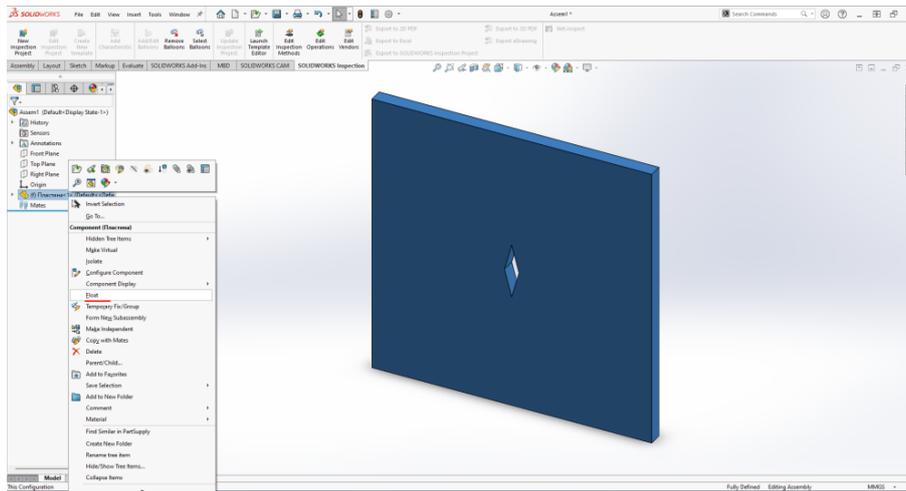
5. Створюємо новий проєкт, який буде містити побудовані деталі:



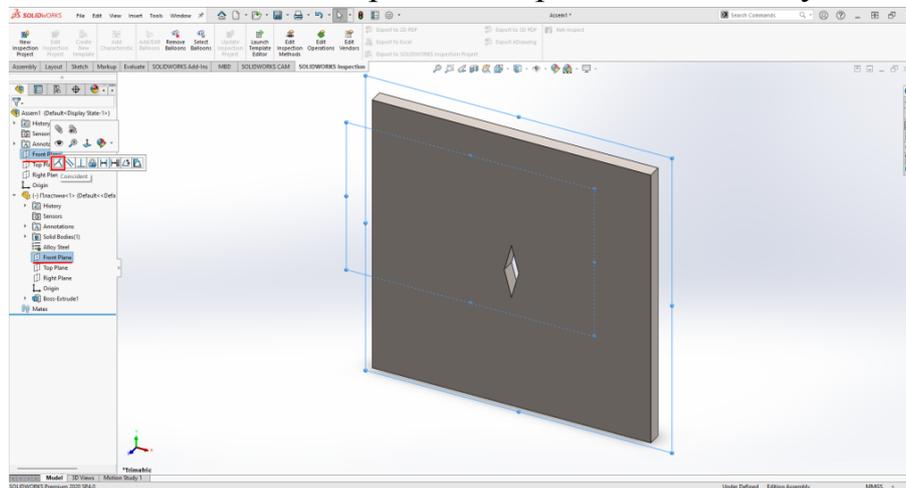
6. Спочатку додаємо пластину:



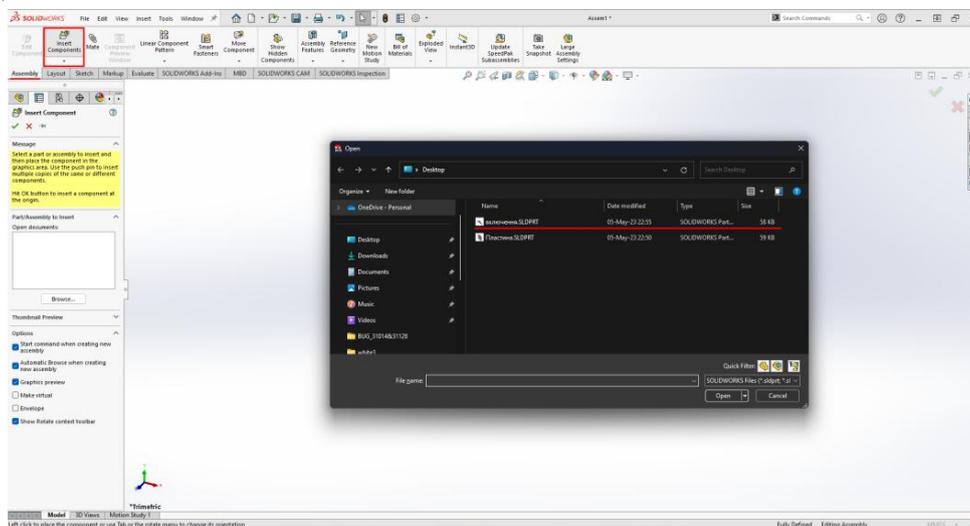
7. Вибираємо «Float», щоб пластина була не фіксована:



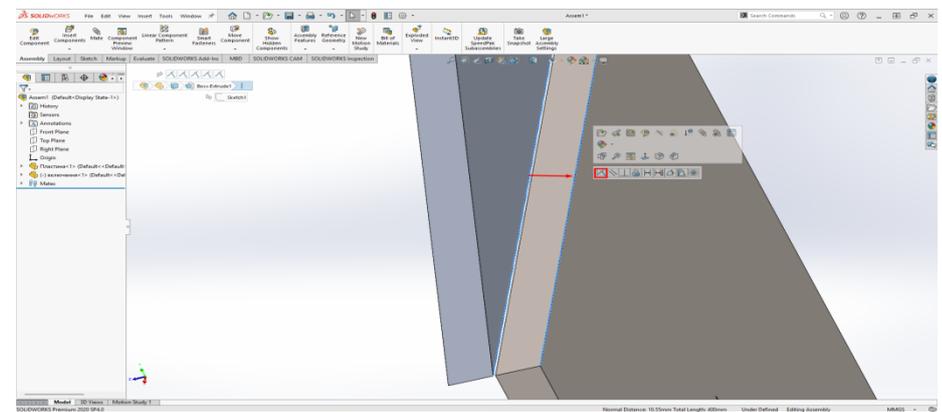
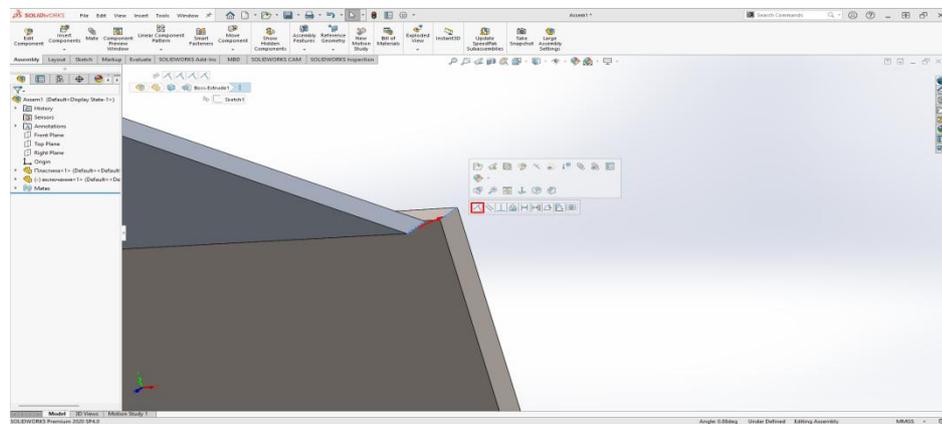
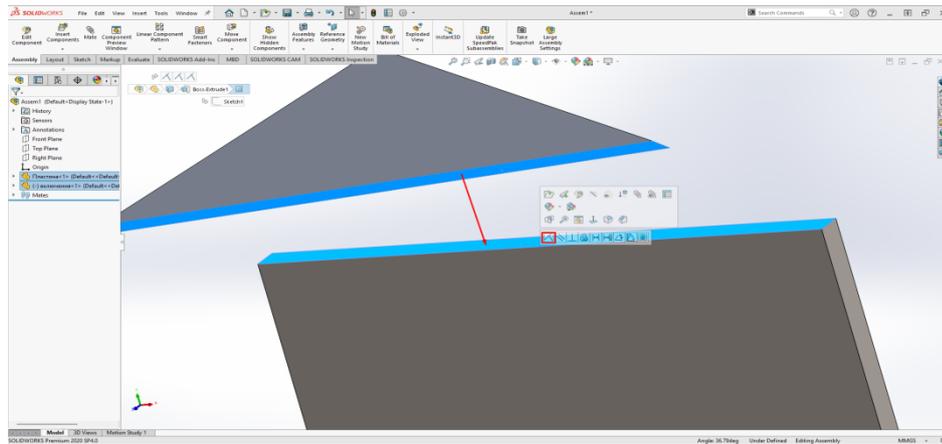
8. Робимо зв'язки між поверхнями пластини та нашої збірної моделі (для усіх 3-х). Для цього, затискаючи «Ctrl», натискаємо на відповідні площини пластини і всієї збірки та обираємо тип зв'язку «Coincidence»:



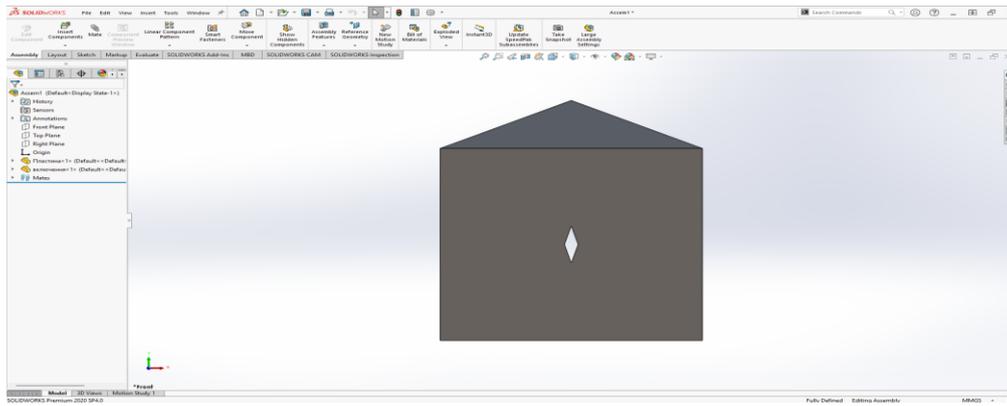
9. Додаємо включення до нашої збірної моделі. Для цього на панелі інструментів натискаємо «Insert Component» та вибираємо файл із моделлю включення:



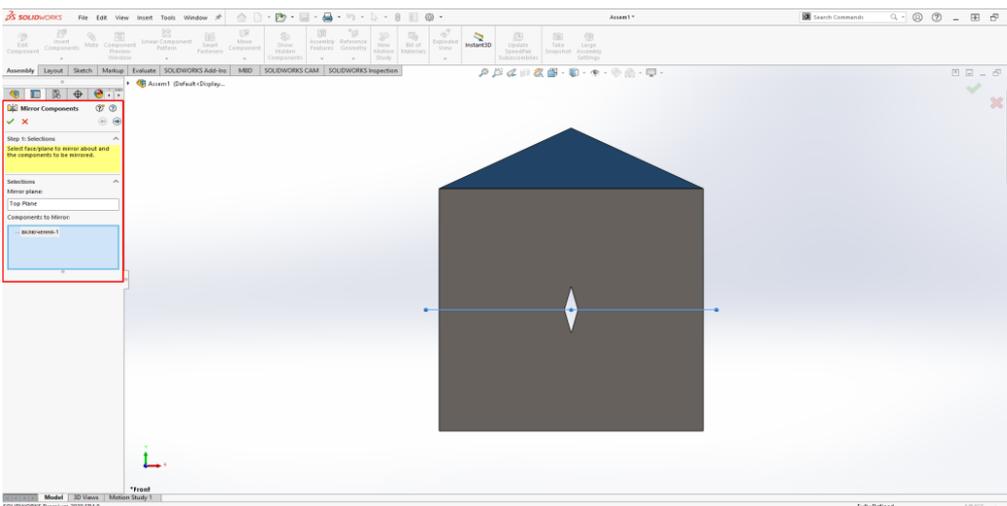
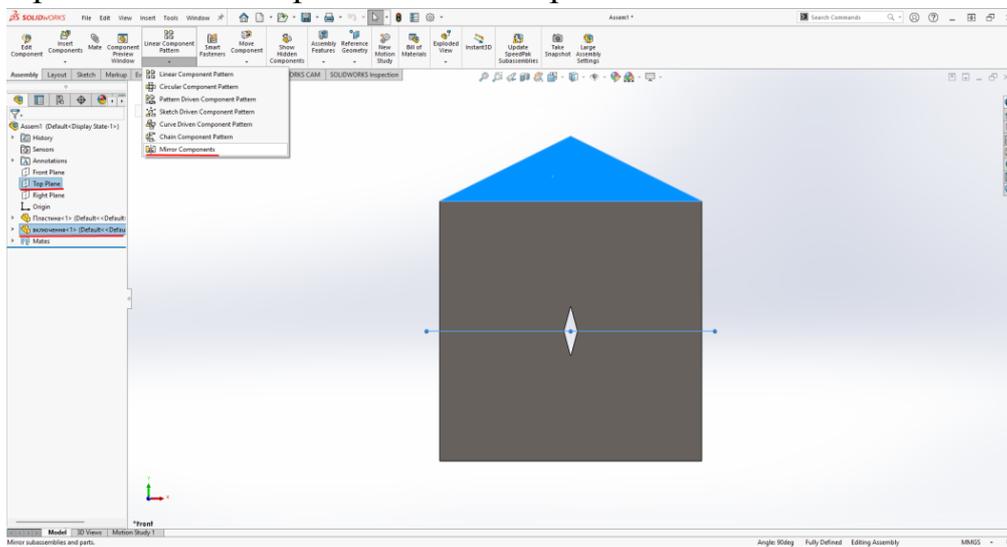
10. Аналогічно до кроку 9 налаштовуємо зв'язки між включенням та пластиною, але обираємо грані та ребра наших об'єктів, що будуть об'єднуватись:



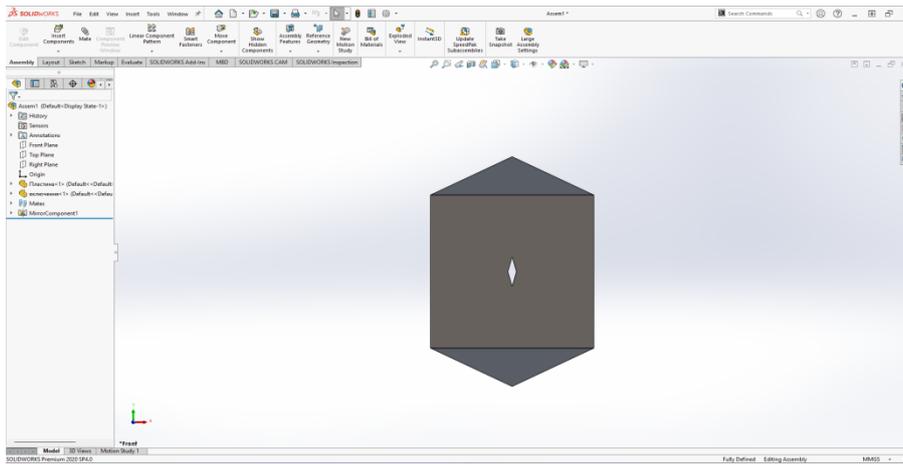
11. Отримаємо таку модель:



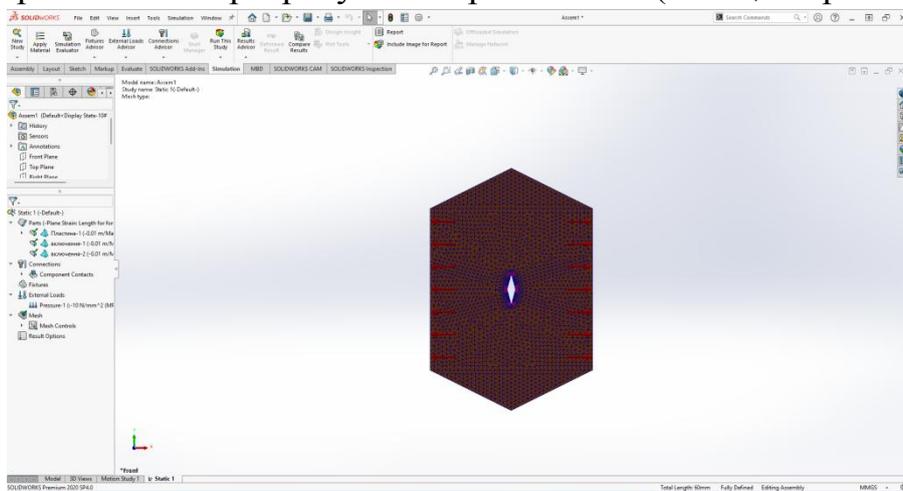
12. Виділяємо вказану поверхню та включення, натискаємо на панелі інструментів «Linear Components Pattern» та обираємо «Mirror Components» для дзеркального відображення:



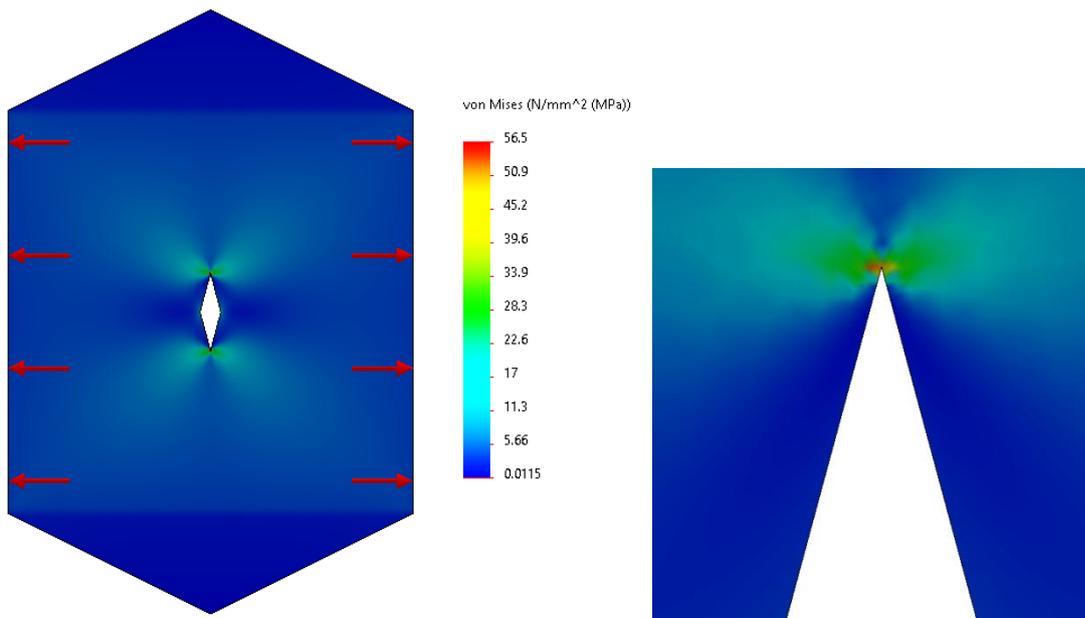
13. Остаточно модель повинна виглядати так:



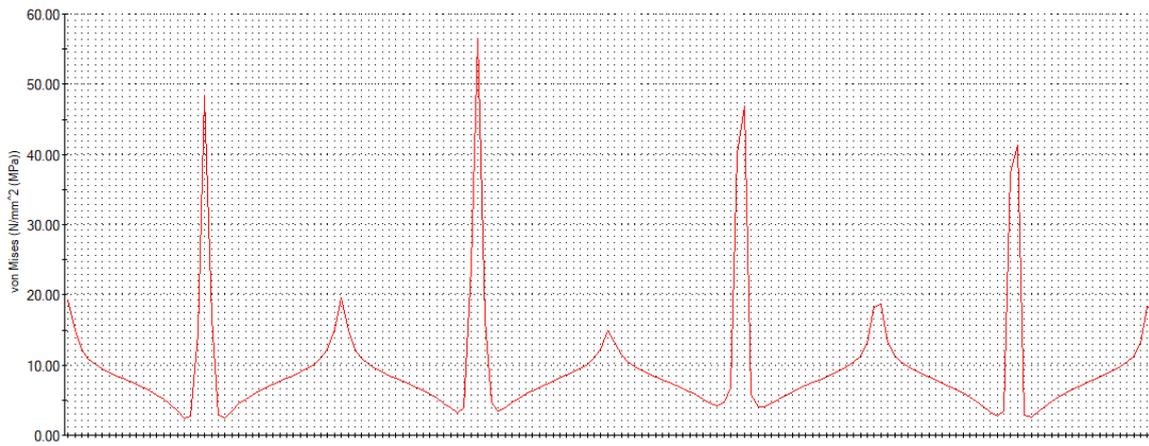
14. Див. кроки 6 – 13 з розрахункової роботи №1 (п. 2.3, стор. 31–36).



15. Отримаємо результат розподілу інтенсивності напружень в пластині:



16. Будуємо графік розподілу інтенсивності напружень по розгортці отвору (див. п. 14 розрахункової роботи №1, п. 2.3, стор. 36).



4.4 Завдання

Постановка задачі. Дана пружна однорідна ізотропна прямокутна пластина розмірами $l_1 \times l_2$ з отворами і включеннями з іншого матеріалу. Пластина знаходиться під дією рівномірного одновісного навантаження розтягу.

Необхідно:

1. Побудувати математичну модель задачі для відповідного варіанта конфігурації отворів і включень.
2. Визначити НДС пластини з отворами і включеннями.
3. Визначити ККН для пластини з включеннями і без включень.
4. Побудувати епюри і графіки розподілу інтенсивностей напружень і деформацій в пластині в залежності від величини відстані між отворами і механічних властивостей матеріала включень.
5. Провести порівняльний аналіз отриманих результатів з результатами для пластини без включень з одним отвором (центрально розташованим) та з двома отворами.
6. Провести верифікацію результатів розрахунку з розв'язками, відомими в літературі.

Вказівки: Матеріал пластини і включень – легована сталь або алюмінієвий сплав. Розміри пластини, отворів і включень (див. розрахункову роботу №1).

Примітка. Звіт оформити за ДСТУ-2010. Навести алгоритм розв'язування задачі в пакеті прикладних програм, що застосовується. В розрахунках використовувати адаптовану сітку. Скласти порівняльну таблицю значень ККН пластини з двома та одним отвором, з включеннями та без них, з урахуванням величини відстані між отворами і механічних властивостей матеріала включень, навести відхилення (%). Сформулювати висновки. В додатках навести графічні інтерпретації розподілу інтенсивності напружень по розгортці контуру отвору для всіх розглянутих випадків.

5 ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Стан і тенденції розвитку сучасних комп'ютерних технологій. Ідейні парадигми розвитку апаратних засобів комп'ютерів.
2. Багаторівневі моделі управління.
3. Розподілені системи та ідеї «віртуалізації».
4. Обчислювальні технології. Парадигма обчислювальної технології.
5. Технології розрахунків і моделювання. Системи Mathematica, Maple.
6. Інтегровані системи наукових і інженерних розрахунків. Системи Mathcad, Matlab, Simulink.
7. Технології зберігання інформації. Парадигма інформаційного підходу.
8. Інструментальні засоби зберігання даних. Системи та технології проектування баз даних.
9. Об'єктно-орієнтовані технології. Парадигма об'єктного підходу.
10. Віртуальні машини та технології. Інструментальні засоби розробки.
11. Офісні технології. Офісний набір додатків. Системи документообігу.
12. Інтеграція офісних додатків і систем керування базами даних.
13. Технології автоматизованого управління. Комп'ютерні технології в промисловості.
14. CALS-технології. Промислові шини підприємства.
15. Технології взаємодії відкритих систем. Парадигма взаємодії відкритих систем.
16. Комп'ютерні мережі та телекомунікації.
17. Інтеграція мережевих і об'єктно-орієнтованих технологій.
18. Технологія RMI.
19. Технологія DCOM.
20. Технологія CORBA.
21. Сервісні технології. Парадигма сервісних технологій.
22. www-технології та проєкт SOA. Синхронний прямий виклик. Синхронний виклик через посередника. Асинхронний виклик через посередника.
23. Хмарні обчислення і «віртуалізація». Приватна хмара. Публічна хмара. Гібридна хмара. Громадська хмара.
24. Інтелектуальні системи та технології. Інтелектуальні інформаційні технології.
25. Системи штучного інтелекту. Робототехніка.

6 ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ ДЛЯ РОЗРАХУНКОВИХ РОБІТ

Варіант I

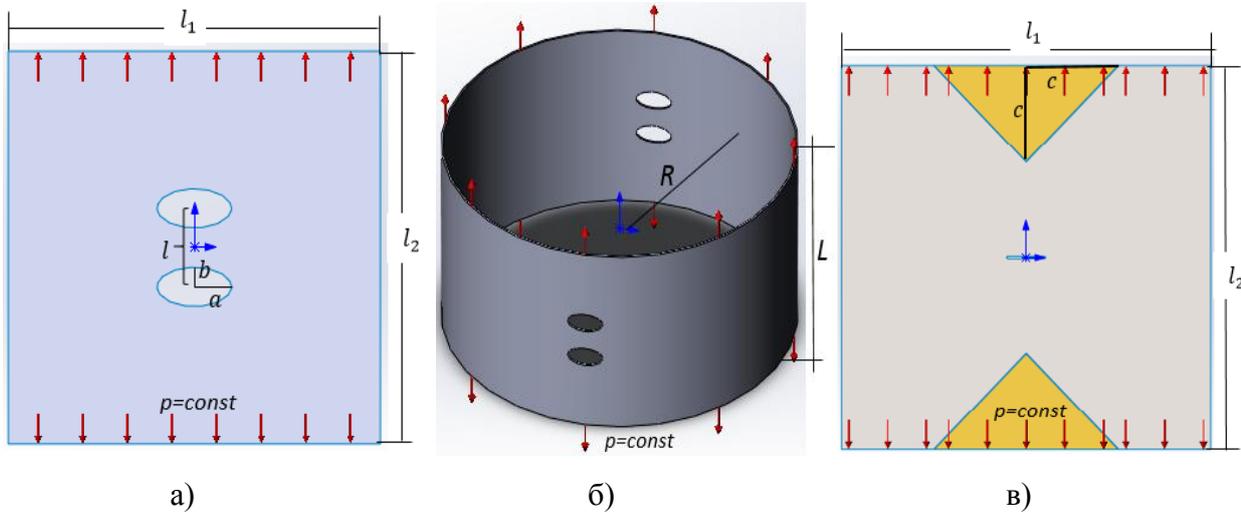


Рис. 6.1 – Схема навантаження і розташування отворів для:
а) пластини; б) циліндричної оболонки; в) пластини з включеннями

Задача №1

Дана пружна однорідна ізотропна прямокутна **пластина** товщини h , розмірами $l_1 \times l_2$, яка послаблена двома еліптичними отворами (a – більша піввісь, b – менша піввісь), розташованими на відстані l між їх центрами. Пластина знаходиться під дією рівномірного одновісного розтягувального навантаження $p = \text{const}$ (рис. 6.1,а).

Необхідно:

- 1) побудувати математичну модель задачі;
- 2) визначити напружено-деформований стан (НДС) пластини ($u, v, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$);
- 3) визначити коефіцієнт концентрації напружень (ККН);
- 4) побудувати епюри та графіки розподілу інтенсивностей напружень σ_i і деформацій ε_i в пластині;
- 5) провести порівняльний аналіз отриманих результатів з результатами для пластини з одним отвором (центрально розташованим);
- 6) провести верифікацію результатів розрахунку з розв'язками, відомими в літературі;
- 7) дослідити вплив товщини пластини h на її НДС та наявність деконцентраторів напружень;
- 8) сформулювати висновки щодо зменшення ККН;
- 9) оформити звіт.

Задача №2

Дана тонкостінна пружна однорідна ізотропна циліндрична **оболонка** розмірами: L – довжина ($L = l_2$), R – радіус ($R = l_1/2$), h – товщина. Оболонка послаблена двома еліптичними отворами, розташованими на відстані l між їх центрами та знаходиться під дією одновісного розтягувального навантаження $p = const$, прикладеного до її торців (рис. 6.1,б).

Необхідно:

- 1) побудувати математичну модель задачі;
- 2) визначити НДС оболонки ($u, v, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$);
- 3) визначити ККН;
- 4) побудувати епюри та графіки розподілу інтенсивностей напружень σ_i і деформацій ε_i в оболонці;
- 5) провести порівняльний аналіз отриманих результатів з результатами для оболонки з одним отвором (центрально розташованим) та для відповідної пластини з отворами;
- 6) дослідити вплив кривини оболонки на ККН (зменшувати R);
- 7) провести верифікацію результатів розрахунку з розв'язками, відомими в літературі;
- 8) сформулювати висновки щодо зменшення ККН;
- 9) оформити звіт.

Задача №3

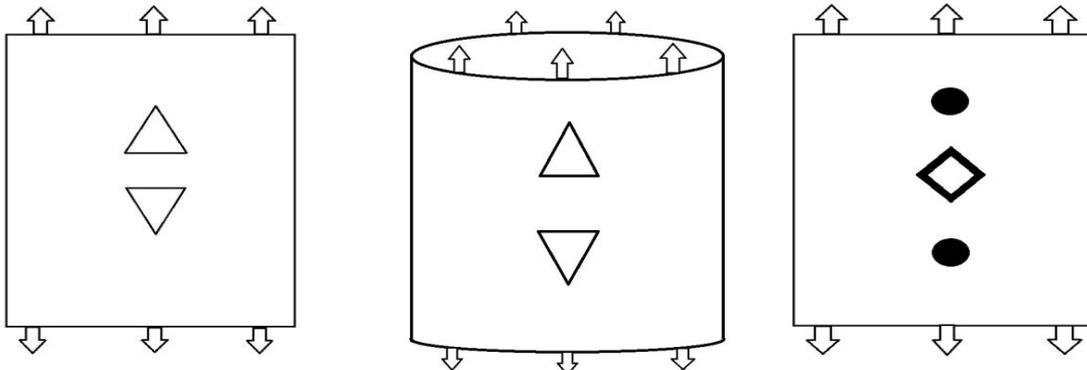
Дана пружна однорідна ізотропна прямокутна **пластина** розмірами $l_1 \times l_2$ яка послаблена двома еліптичними **отворами** (a – більша піввісь, b – менша піввісь). В пластині також наявні два трикутні **включення** (рис. 6.1,в). Матеріал пластини – сталь ($E_1 = 200 \text{ ГПа}, \nu_1 = 0,3$), матеріал включень – латунь ($E_2 = 100 \text{ ГПа}, \nu_2 = 0,32$). Пластина знаходиться під дією одновісного розтягувального навантаження $p = const$.

Необхідно:

- 1) побудувати математичну модель задачі;
- 2) визначити НДС пластини ($u, v, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$);
- 3) визначити ККН;
- 4) побудувати епюри та графіки розподілу інтенсивностей напружень і деформацій у характерних перерізах пластини в залежності від величини відстані l між отворами ($l/2; l/4$) і механічних властивостей матеріала включень («м'яке» включення; «жорстке» включення);
- 5) провести порівняльний аналіз отриманих результатів з результатами для пластини без включень з двома отворами;

- б) провести верифікацію результатів розрахунку з розв'язками, відомими в літературі;
- 7) сформулювати висновки щодо зменшення ККН;
- 8) оформити звіт.

Варіант II



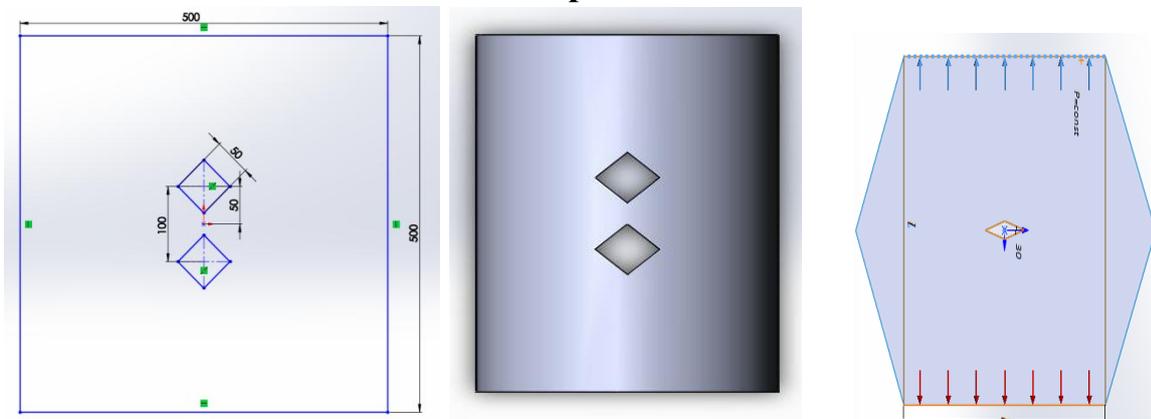
а)

б)

в)

Рис. 6.2 – Схема навантаження і розташування отворів для:
а) пластини; б) циліндричної оболонки; в) пластини з включеннями

Варіант III



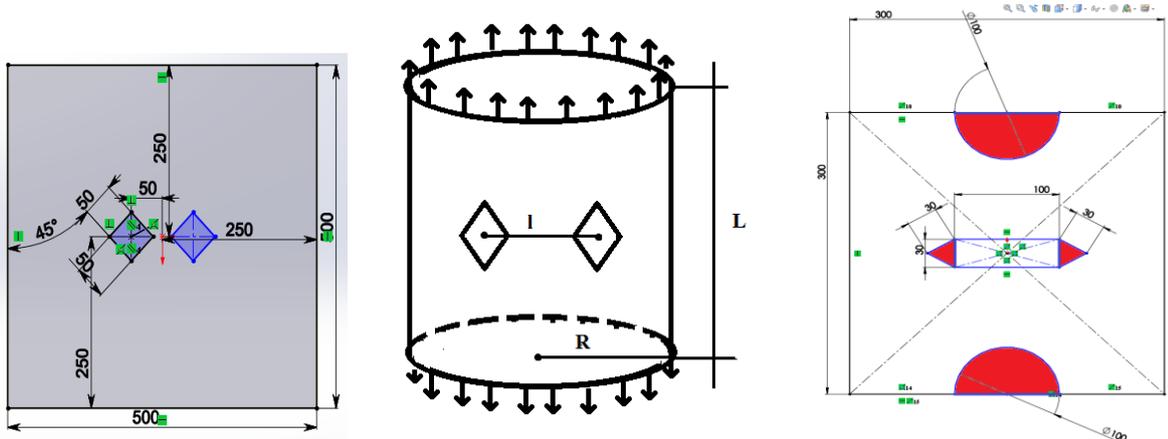
а)

б)

в)

Рис. 6.3 – Схема навантаження і розташування отворів для:
а) пластини; б) циліндричної оболонки; в) пластини з включеннями

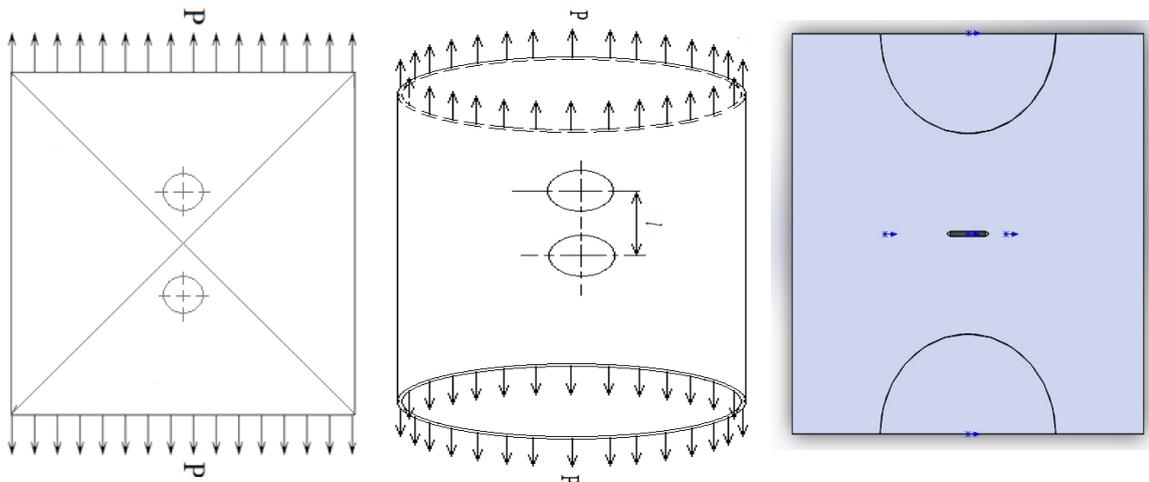
Варіант IV



а) б) в)

Рис. 6.4 – Схема навантаження і розташування отворів для:
 а) пластини; б) циліндричної оболонки; в) пластини з включеннями

Варіант V



а) б) в)

Рис. 6.5 – Схема навантаження і розташування отворів для:
 а) пластини; б) циліндричної оболонки; в) пластини з включеннями

Варіант VI

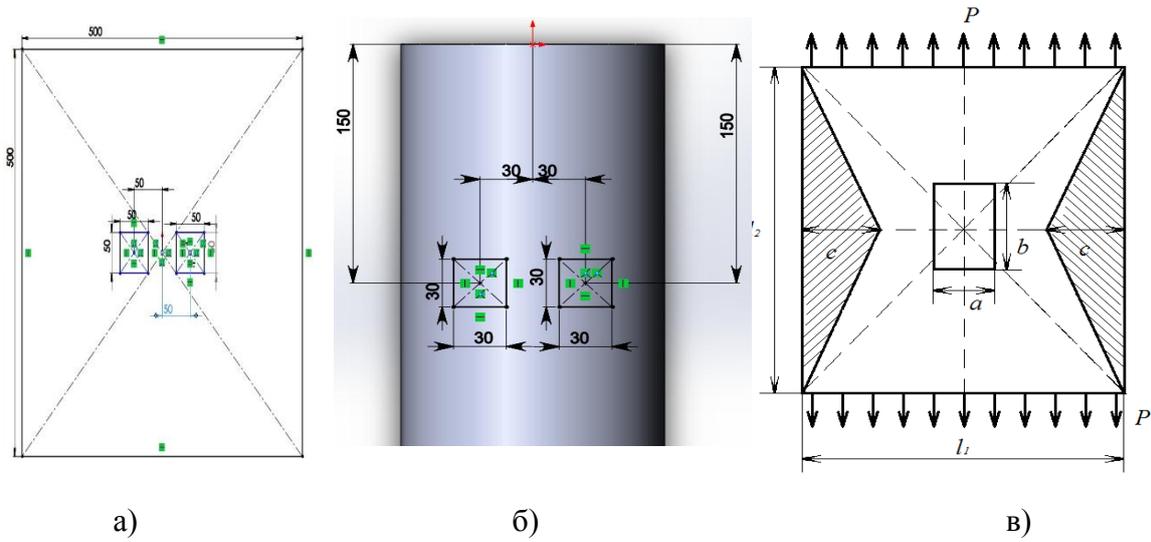


Рис. 6.6 – Схема навантаження і розташування отворів для:
 а) пластини; б) циліндричної оболонки; в) пластини з включеннями

Варіант VII

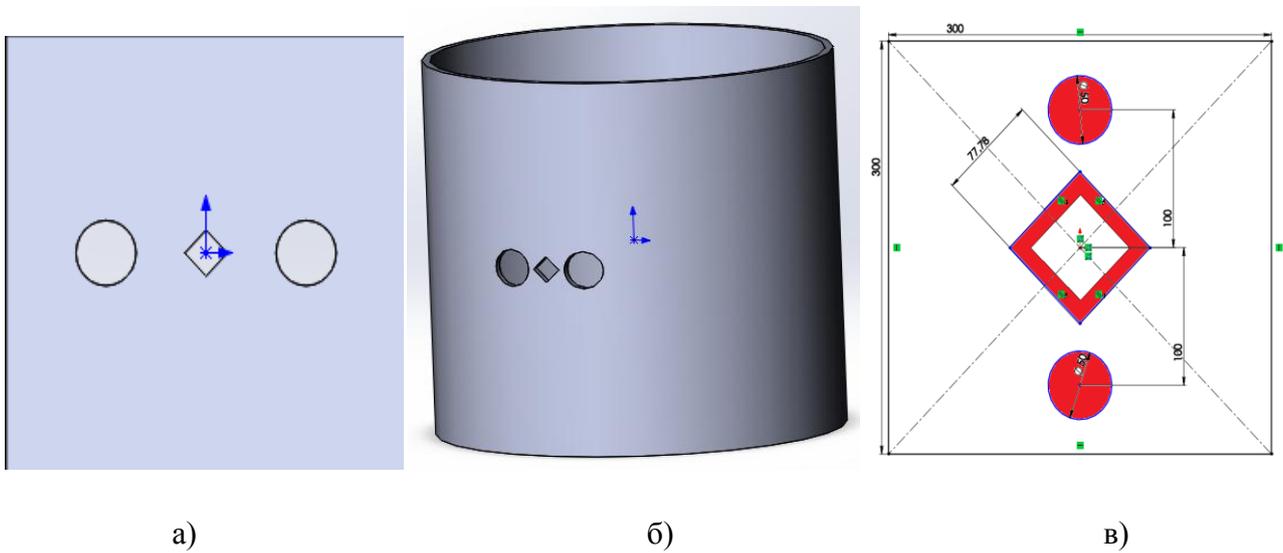


Рис. 6.7 – Схема навантаження і розташування отворів для:
 а) пластини; б) циліндричної оболонки; в) пластини з включеннями

Варіант VIII

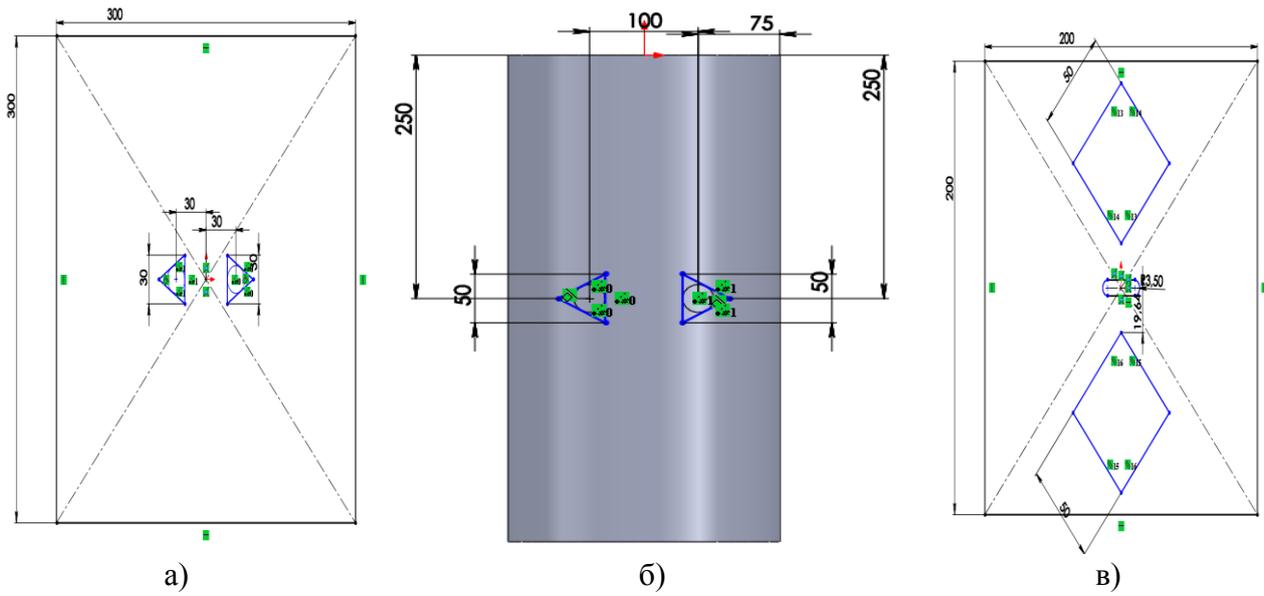


Рис. 6.8 – Схема навантаження і розташування отворів для:
а) пластини; б) циліндричної оболонки; в) пластини з включеннями

Варіант IX

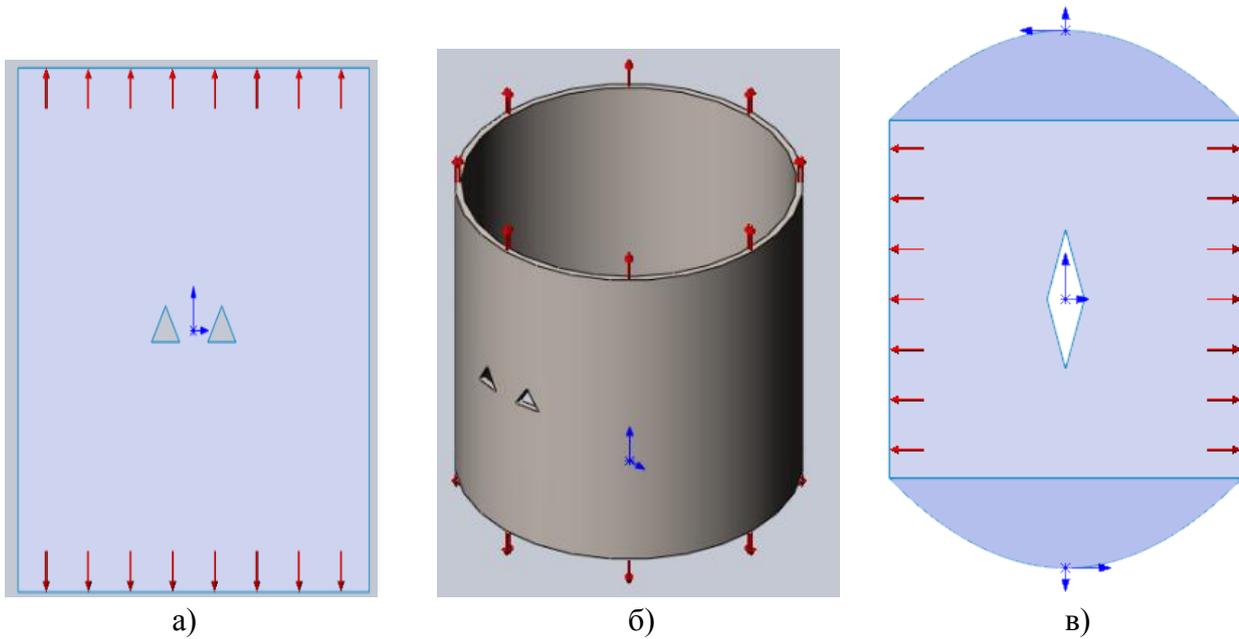


Рис. 6.9 – Схема навантаження і розташування отворів для:
а) пластини; б) циліндричної оболонки; в) пластини з включеннями

Варіант X

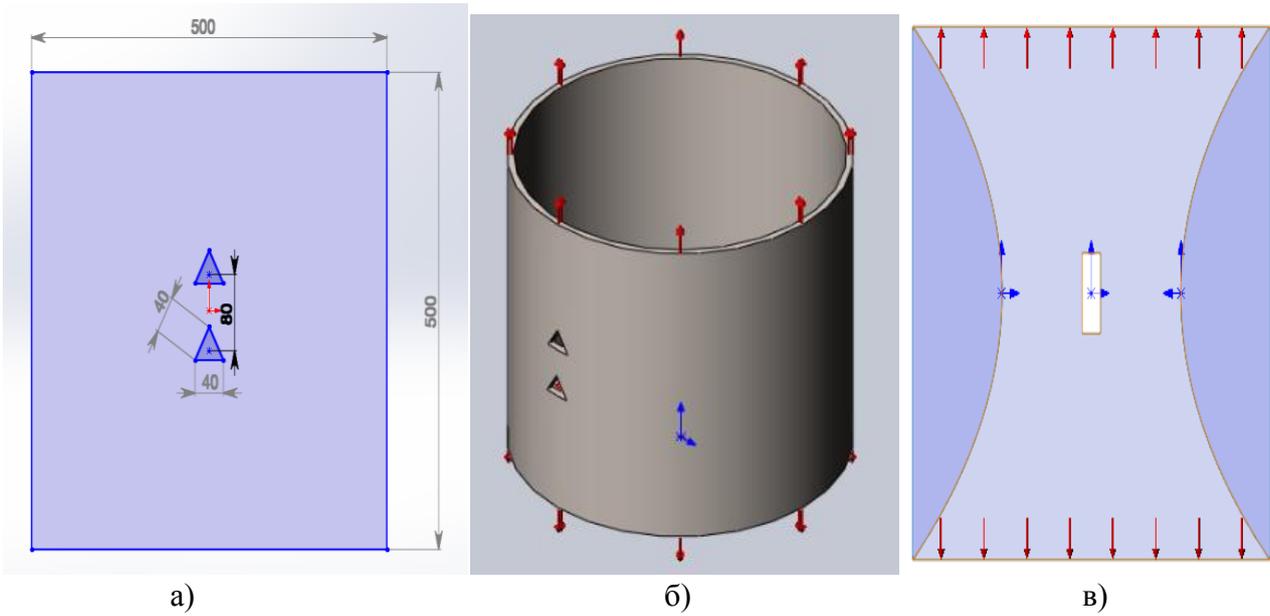


Рис. 6.10 – Схема навантаження і розташування отворів для:
а) пластини; б) циліндричної оболонки; в) пластини з включеннями

Варіант XI

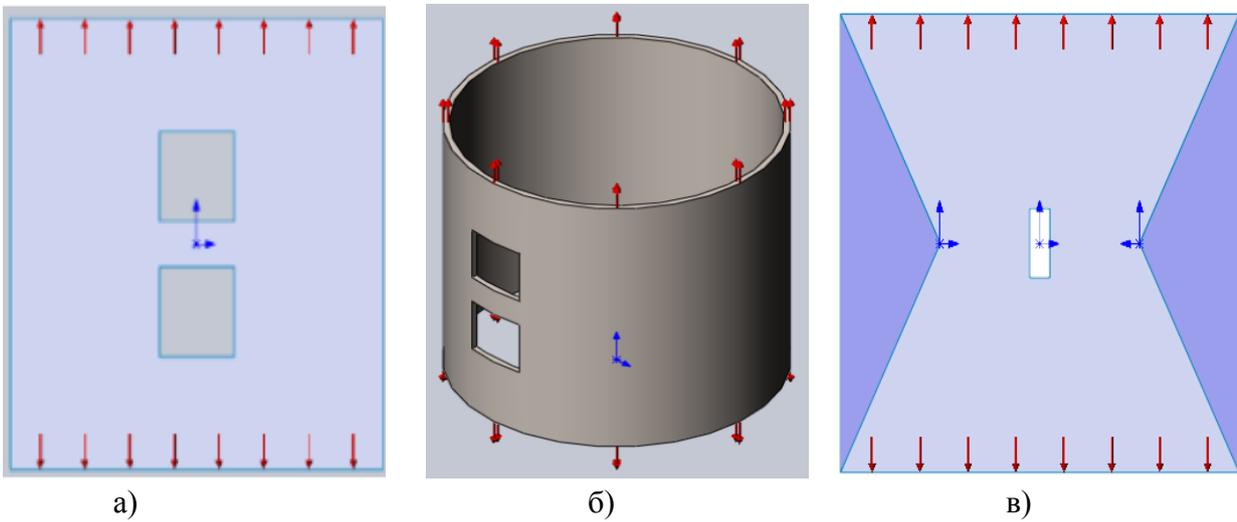


Рис. 6.11 – Схема навантаження і розташування отворів для:
а) пластини; б) циліндричної оболонки; в) пластини з включеннями

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Высш. шк., 1990. – 400 с.
2. Вайнберг Д. В. Концентрация напряжений в пластинах около отверстий и выкружек. – К.: Техника, 1969. – 220 с.
3. Григоренко Я.М., Мольченко Л.В. Основы теорії пластин та оболонок з елементами магнітопружності. – К.: КНУ, 2009. – 403 с.
4. Метод конечных элементов: Учеб. пособие для вузов / под ред. П.М. Варвака. – К.: Вища шк., 1981. – 176 с.
5. Метод конечных элементов в механике твердых тел / А. С. Сахаров, В. Н. Кислокий, В. В. Кирический, М. Альтенбах. – К.: Вища школа, 1982. – 480 с.
6. Методы расчета оболочек: в 5 т. Т. 1. Теория тонких оболочек, ослабленных отверстиями / А.Н. Гузь, И.С. Чернышенко, Вал. Н. Чехов и др. – К.: Наук. думка, 1980. – 636 с.
7. Николаева Е.А. Основы механики разрушения. – Пермь: ПГТУ, 2010. – 103 с.
8. Основы моделирования в SolidWorks <https://monster-book.com/osnovy-modelirovaniya-v-solidworks>
9. Петерсон Р. Коэффициенты концентрации напряжений. – М.: Мир, 1977. – 304 с.
10. Підручник з SolidWorks <https://autocad-lessons.com/uk/pidruchnyk-z-tverdykh-vyrobiv/>
11. Савин Г. Н. Распределение напряжений около отверстий. – К.: Наук. думка, 1968. – 888 с.
12. Hudramovich V. S, Hart E. L, Marchenko O. A. Reinforcing Inclusion Effect on the Stress Concentration within the Spherical Shell Having an Elliptical Opening Under Uniform Internal Pressure //Strength of Materials. – 2020. – Vol. 52, No. 6. – P. 832–842.
13. Hart E. L., Terokhin B. I. Computer simulation of the stress-strain state of thin plates and cylindrical shells with a circular hole reinforced by an inclusion from functionally graded material // Strength of materials and theory of structures: Scientific-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 63–80.
14. Zienkiewicz O. C., Taylor R. L. The finite element method for solid and structural mechanics. – New York: Elsevier, 2005. – 632 p.

**ЗРАЗОК ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТУ ПРО ВИКОНАННЯ
РОЗРАХУНКОВОЇ РОБОТИ**

ДНІПРОВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ОЛЕСЯ ГОНЧАРА

Механіко-математичний факультет
Кафедра теоретичної та комп'ютерної механіки

ЗВІТ

з виконання розрахункової роботи №1
з дисципліни “Прикладні обчислювальні технології”

на тему: “Числове дослідження концентрації напружень
у прямокутній пластині з двома отворами”

Спеціальність 113 Прикладна математика
Освітньо-професійна програма «Комп'ютерна механіка»

Виконавець: студент (ка)
групи МА-22М-1

_____ **ПБ**

Викладач:

_____ **ПБ**

Кількість
балів _____

Національна шкала _____

Дніпро
2023

ЗМІСТ

Вступ.....	
1. Постановка задачі.....	
2. Теоретичні відомості. Плоска задача теорії пружності. Основні співвідношення.....	
2.1. Плоский напружений стан.....	
2.2. Плоска деформація.....	
2.3. Задача Кірша.....	
3. Математична модель вихідної задачі у варіаційній постановці	
4. Комп'ютерне моделювання у середовищі SolidWorks / або ANSYS.....	
4.1. Алгоритм побудови комп'ютерної моделі пластини з одним круговим отвором (задача Кірша).....	
4.2. Алгоритм побудови комп'ютерної моделі пластини з двома отворами (<i>вказати вид отвору</i>).....	
4.3. Процедура згущення сітки навколо отворів.....	
5. Аналіз отриманих результатів	
5.1. Задача А. Визначення напружено-деформованого стану тонкої пластини з отворами.....	
5.1.1 Концентрація напружень в пластині з одним отвором. Епюри і графіки розподілу інтенсивностей напружень і деформацій в пластині.....	
5.1.2 Концентрація напружень в пластині з двома отворами.....	
5.1.3 Порівняльний аналіз ККН для тонких пластин з одним і двома отворами	
5.2. Задача Б. Дослідження концентрації напружень навколо отворів пластини в залежності від її товщини і наявності деконцентраторів напружень.....	
5.2.1. Вплив товщини пластини на ККН.....	
5.2.2. Вплив деконцентраторів на ККН.....	
Висновки.....	
Список використаної літератури.....	
Додаток А...Графічні інтерпретації розподілу інтенсивності напружень по розгортці контуру отвору для всіх розглянутих випадків.....	

ДОВІДКОВІ ВІДОМОСТІ

1. Поняття про коефіцієнт концентрації напружень (ККН) [11]:

$$k = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0}, \quad (Б.1)$$

де σ_{max} – максимальне напруження в області концентратора, σ_0 – номінальне напруження.

2. Класифікація пластин і оболонок (тонкі, товсті):

2.1 Класифікація пластин залежно від співвідношення a/δ :

(a – характерний розмір у плані; δ – товщина пластини):

1. Товсті пластини, якщо $a/\delta \leq 8 \dots 10$.
2. Тонкі пластини, якщо $8 \dots 10 \leq a/\delta \leq 80 \dots 100$.
3. Мембрани, якщо $a/\delta \geq 80 \dots 100$.

2.2 Класифікація оболонок залежно від співвідношення δ/R :

(R – мінімальний радіус серединної поверхні оболонки; δ – товщина оболонки):

1. Товсті оболонки, якщо $\delta/R > 1/20 \dots 1/30$.
2. Тонкі оболонки, якщо $\delta/R \leq 1/20 \dots 1/30$.

Границя між тонкими та товстими оболонками дуже умовна ([1], стор. 146, стор. 200).

3. Поняття про інтенсивність напружень та деформацій:

3.1 Інтенсивність напружень:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + 6\sigma_{xy}^2}, \quad (Б.2)$$

3.2 Інтенсивність деформацій:

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \frac{3}{2}\gamma_{xy}^2}, \quad (Б.3)$$

$$\text{де } \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \gamma_{xy} \quad (Б.4)$$

([1], стор. 23, стор. 299).

4. Три групи основних рівнянь теорії пружності (рівняння рівноваги, фізичні співвідношення (закон Гука), геометричні співвідношення (співвідношення Коші)).

Основні співвідношення плоскої задачі теорії пружності [1].

4.1 Рівняння рівноваги:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} + X = 0; \\ \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y = 0, \end{cases} \quad (Б.5)$$

де X, Y – масові сили, що діють в напрямку осей x, y відповідно.

Рівняння рівноваги на поверхні тіла:

$$\begin{cases} l\sigma_x + m\tau = p_x; \\ l\tau + m\sigma_y = p_y, \end{cases} \quad (\text{Б.6})$$

де $l = \cos(x, v) = \cos \alpha$; $m = \cos(y, v) = \sin \alpha$.

4.2 Геометричні рівняння (Коші):

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial x}; \\ \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right). \end{cases} \quad (\text{Б.7})$$

З шести рівнянь сумісності деформацій Сен-Венана у плоскій задачі залишається лише одне:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = 0. \quad (\text{Б.8})$$

4.3 Закон Гука для ізотропного матеріалу має наступний вигляд:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y); \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E} (-\nu \sigma_x + \sigma_y); \\ \varepsilon_{xy} = \frac{(1+\nu)}{E} \tau, \end{cases} \quad (\text{Б.9})$$

у зворотній формі

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y); \\ \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\nu \varepsilon_x + \varepsilon_y); \\ \sigma_{xy} = 2\mu \varepsilon_{xy} = \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{xy}. \end{cases} \quad (\text{Б.10})$$

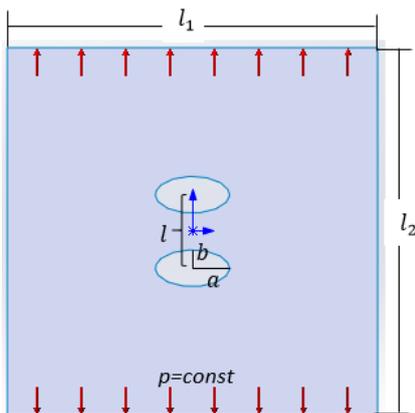
Пружні константи Ляме виражаються через технічні так:

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}; \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (\text{Б.11})$$

Тут $\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy}$; u, v, w – переміщення в напрямку осей x, y, z ([1], стор. 73).

5. Математичні моделі задач про НДС пластин і оболонок у варіаційній постановці [2].

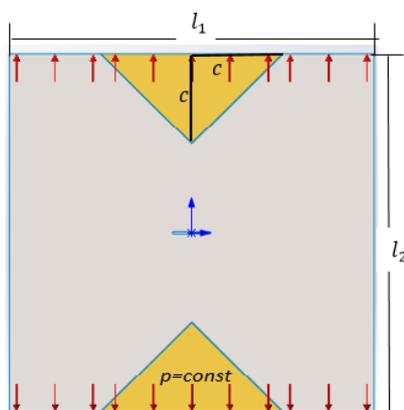
5.1 Функціонал повної потенціальної енергії деформації пластини.



Для пластини без включень. У варіаційній постановці задача визначення НДС пружної однорідної ізотропної пластини Ω , що знаходиться під дією зовнішнього навантаження $P(x, y)$, прикладеного до її границь, зводиться до задачі мінімізації функціонала повної потенціальної енергії деформації системи:

$$I[u, v] = \int_{\Omega} \left\{ 2\mu_1 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \lambda_1 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \mu_1 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\} dx dy - \int_{\gamma} (P_x u + P_y v) d\gamma,$$

де λ_1, μ_1 – константи Ляме матеріалу пластини; Ω – область визначення x та y ; γ – границя області Ω , вздовж якої прикладене зовнішнє навантаження інтенсивності $P(x, y) = (P_x(x, y), P_y(x, y))^T$. Зокрема, у випадку рівномірного одновісного навантаження розтягу пластини: $P_x(x, y) = 0, P_y(x, y) = p = \text{const}$.



Для пластини з включеннями. У варіаційній постановці задача визначення НДС пружної ізотропної пластини Ω , що знаходиться під дією зовнішнього навантаження $P(x, y)$, прикладеного до її границь, і має n включень з іншого матеріалу, зводиться до задачі мінімізації функціонала повної потенціальної енергії деформації системи:

$$I[u, v] = \int_{\Omega_1} \left\{ 2\mu_1 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \lambda_1 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \mu_1 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\} dx dy + \sum_{i=2}^{n+1} \int_{\Omega_i} \left\{ 2\mu_i \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \lambda_i \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \mu_i \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\} dx dy - \int_{\gamma} (P_x u + P_y v) d\gamma,$$

де λ_1, μ_1 – константи Ляме матеріалу пластини; λ_i, μ_i – константи Ляме матеріалу i -го включення ($i = \overline{2, n+1}$, n – кількість включень); $\Omega = \bigcup_{i=1}^n \Omega_i$ – область визначення x та y ; γ – границя області Ω , вздовж якої прикладене зовнішнє навантаження інтенсивності $P(x, y) = (P_x(x, y), P_y(x, y))^T$. Зокрема, у випадку одновісного розтягу пластини $P_x(x, y) = 0, P_y(x, y) = p = \text{const}$.

5.2 Функціонал повної потенціальної енергії деформації циліндричної оболонки.

Для циліндричної оболонки вихідна задача визначення НДС у варіаційній постановці відповідає задачі мінімізації функціонала потенціальної енергії деформації системи [1, 6]:

$$I[u, v, w] = \sum_{s=1}^{n+1} \left\{ \frac{1}{2} \int_{\Omega_s} \frac{E_s(x, y)h}{(1-\nu_s^2)} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{\tilde{R}} \right)^2 + 2\nu_s \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{\tilde{R}} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1-\nu_s}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] dx dy + \frac{1}{2} \int_{\Omega_s} \frac{E_s(x, y)h^3}{12(1-\nu_s^2)} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{\tilde{R}} \right)^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + 2\nu_s \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{\tilde{R}} \right) + 2(1-\nu_s) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \right\} - \int_{\gamma} (p_x u + p_y v + p_z w) dx dy,$$

де $u(x, y), v(x, y), w(x, y)$ – проєкції вектора переміщень на осі Ox, Oy і Oz відповідно; h – товщина оболонки; \tilde{R} – радіус оболонки; $E_s(x, y), \nu_s$ – модуль пружності і коефіцієнт Пуассона матеріала оболонки Ω_1 (матриці) ($s=1$) і включення Ω_s ($s = \overline{2, n+1}$, n – кількість включень); $\Omega = \bigcup_{s=1}^{n+1} \Omega_s$ – область визначення змінних x та y ; γ – границя області Ω , вздовж якої прикладене зовнішнє навантаження інтенсивності $P(x, y) = (p_x(x, y), p_y(x, y), p_z(x, y))^T$. У разі одновісного навантаження розтягування $p_x(x, y) = p_z(x, y) = 0, p_y(x, y) = p = \text{const}$

6. Поняття про деконцентратори напружень

На ділянках концентрації напружень прискорено виникають розпушення металу, що передують утворенню втомних тріщин. Внаслідок цього втомні ушкодження в зонах концентрації напружень випереджають ушкодження в інших ділянках деталі.

Ступінь підвищення напружень залежить насамперед від виду та форми ослаблення. На рис. Б.1 наведено спрощену схему виникнення концентрації

напружень, засновану на явищі спотворення *силового потоку* в зоні ослаблень. Не відбиваючи всієї складності явищ, схема наочно і досить чітко представляє картину концентрації напружень і дозволяє зробити певні практичні висновки: *чим більший перепад перерізів на ділянці переходу і чим різкіші переходи та гостріші підрізи, тим вище є місцеве максимальне напруження* 1 (рис. Б.1).

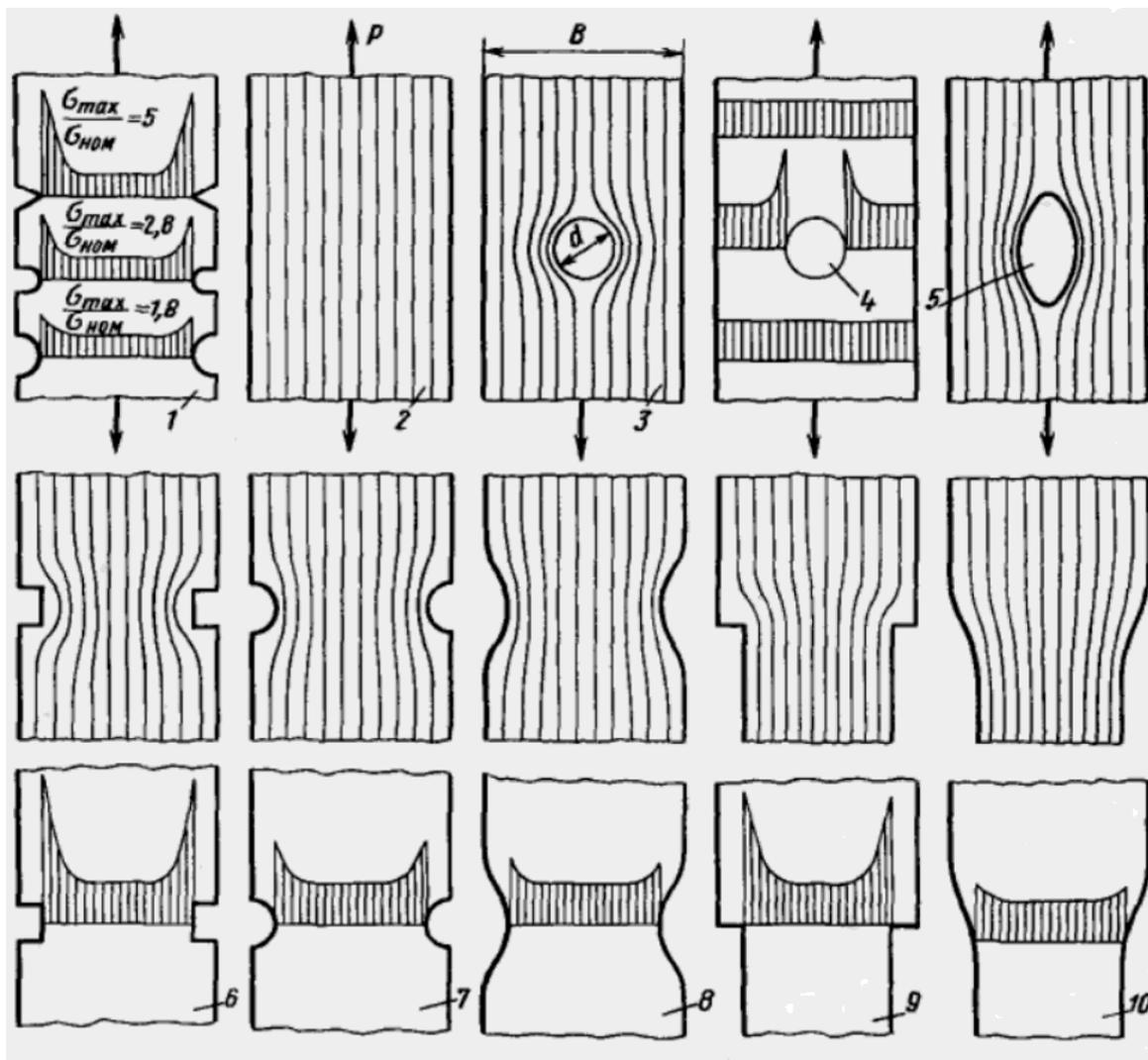


Рис. Б.1 – Схема концентрації напружень

Припустимо, що брус 2 (рис. Б.1) розтягується силою P і навантаження рівномірно розподіляється по перерізу. У кожній точці перерізу навантаження передається силами внутрішніх зв'язків матеріалу сусіднім точкам.

Траєкторії передачі навантаження від точки до точки вздовж тіла деталі називають *силовими лініями* (на рис. Б.1 – тонкі лінії), а сукупність останніх – *силовим потоком*. Силкові лінії неперервні та не можуть обірватися в будь-якій точці. Це означало б порушення зв'язку між «суміжними точками», тобто

початок руйнування матеріалу. Отже, кількість силових ліній має бути однаковим у будь-якому перерізі деталі.

Щільність силового потоку (кількість ліній на одиницю площі поперечного перерізу) визначає напруження. Якщо переріз деталі 3 зменшується, наприклад, через наявність центрального отвору, то щільність потоку і напруження збільшуються. Це враховується номінальним розрахунком на міцність за ослабленим перерізом. Але водночас «силові лінії», обминаючи отвір, викривляються і, прагнучи замкнутися найкоротшим шляхом, згущуються поблизу отвору. Розтягуванні волокна піддаються вигину, сходячи до центру отвору і викликаючи його *овалізацію*. На стороні волокон, зверненої до отвору, виникають напруження розтягування, що складаються із загальними напруженнями розтягування. Напруження максимальні у стінок отвору, де кривина силових ліній максимальна і вигин волокон меншою мірою стримується суміжними волокнами. У міру віддалення від отвору напруження вигину знижуються внаслідок зменшення згинального моменту та гальмівної дії суміжних волокон. У результаті у стінок отвору виникає пік напружень, що згладжується при віддаленні від отвору 4.

Максимальне напруження та його градієнт залежить від кривини силових ліній. При малих відносинах d/B (d – діаметр отвору, B – ширина бруса) концентрація напружень зменшується і при $d = 0$ зникає. Зі збільшенням d/B максимальне напруження зростає, але одночасно ще різкіше зростає номінальне напруження в ослабленій ділянці (зворотно пропорційна $B-d$), внаслідок чого концентрація напружень, віднесена до номінального напруження в ослабленій ділянці, знижується. Концентрацію напружень можна значно зменшити випрямленням силового потоку за рахунок надання отвору еліптичної форми 5.

Аналогічна картина спостерігається у разі вирізів, розташованих по сторонах бруса 9, біля яких силові лінії викривляються та згущуються, що викликає стрибок напружень у вирізів. Концентрацію напружень можна послабити шляхом надання вирізам плавних контурів 7, 8 та 10.

Перепад перерізів викликає стрибки напружень внаслідок викривлення силових ліній на ділянках переходу від одного перерізу до іншого (рис. Б.2, 1). Зменшення протяжності ділянок із різними перерізами знижує концентрацію напружень. У коротких буртиків 2 концентрація напружень практично відсутня. Доцільно надавати деталям 3 однакові перерізи, виконуючи необхідні за конструктивними умовами упори у вигляді буртиків.

Дієвим засобом зниження концентрації напружень є, як видно з попереднього, надання переходам плавних обрисів.

Відомий позитивний ефект дають *деконцентратори напружень* — додаткові ослаблення, що завдаються поблизу основного концентратора. У деталях 4 з отворами (рис. Б.2) деконцентраторами можуть бути додаткові отвори малого діаметра, розташовані вздовж силового потоку, деталях 5 з бічними викружками — додаткові малі викружки, в деталях 6 і 7 зі східчастими переходами — викружки поблизу переходів.

Головне значення має *розташування деконцентраторів*. При правильному розташуванні деконцентратори спрямовують силові лінії та вимикають із силового потоку ділянки, суміжні з концентратором напружень (штрихові лінії на деталях 6 та 7). Неправильним є розташування, що збільшує викривлення силових ліній 8 і, отже, викликає додаткову концентрацію напружень.

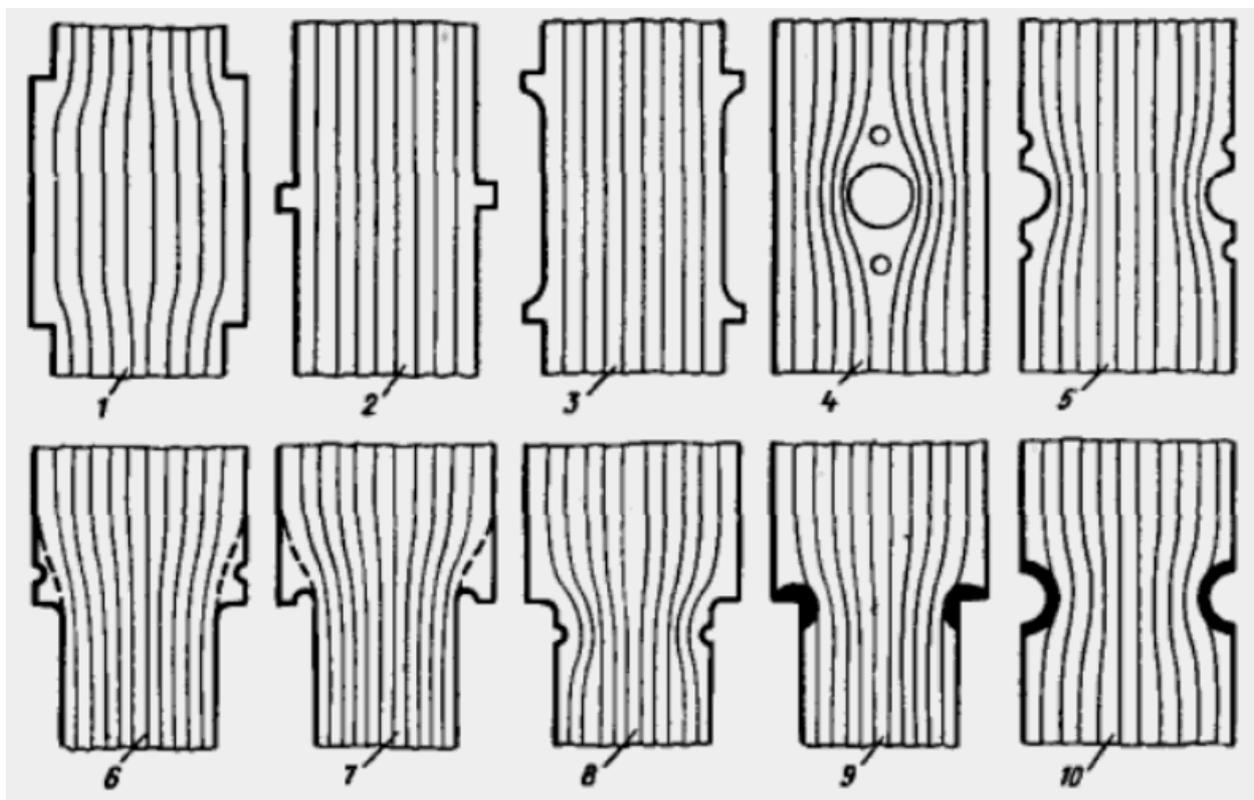


Рис. Б.2 – Схеми концентрації напружень

До деконцентраторів помилково відносять місцеве ущільнення матеріалу ослаблених ділянок за допомогою видавок, які чекають на карбування. Призначення деконцентраторів — спрямувати силовий потік, а видавок — зміцнити матеріал створенням у ньому залишкових напружень стиснення. Ця різниця практично важлива тому, що правила розташування видавок інші, ніж деконцентраторів. Останні розташовують за течією силового потоку перед

концентратором або за ним, видавки слід розташовувати у фокусі концентрації 9 і 10.

Явище концентрації напружень, викликане формою, на практиці посилюється тим, що ділянки розташування концентраторів майже завжди бувають ослаблені з технологічних причин.

У деталей, що піддаються механічній обробці, ослаблення на ділянках переходів настає внаслідок перерізання волокон, отриманих під час попередньої гарячої обробки заготовки тиском. У литих деталей ділянки переходів, як правило, ослаблені ливарними дефектами, спричиненими порушеннями структури при кристалізації металу та охолодженні виливки. У цих ділянках зазвичай зосереджуються рихлоти, пористість, мікротріщини і виникають внутрішні напруження. У кованих та штампованих деталей ділянки переходів мають знижену міцність внаслідок витяжки металу на цих ділянках.

Відповідно розрізняють *геометричні концентратори* (концентратори форми) та *технологічні концентратори*.

Сильними концентраторами є внутрішні дефекти матеріалу: раковини, пористість, мікротріщини, флокени, неметалеві включення (оксиди, силіциди та ін.).

Концентрація напружень знижується з підвищенням температури внаслідок збільшення пластичності та підвищується при мінусових температурах внаслідок крихкості матеріалу.

У межах кожної групи матеріалів відзначається залежність між коефіцієнтом концентрації напружень та міцністю. Як правило, концентрація напружень тим більше, чим вище міцність матеріалу і чим ближче межа плинності до межі міцності. Проте є відхилення від цього правила. Так, у сталей з мартенситною та трооститною структурою (загартування відповідно до низької та середньої відпустки) концентрація напружень менше, ніж у більш м'яких сталей з сорбітною та сорбітно-перлітною структурою (покращені та нормалізовані сталі).

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	3
ВСТУП.....	4
1 АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ ЗАДАЧІ КІРША В SOLIDWORKS.....	6
1.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ.....	6
1.2 ОПИС АЛГОРИТМУ.....	11
2 РОЗРАХУНКОВА РОБОТА №1. ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО- ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТОНКОЇ ПЛАСТИНИ І ТОВСТОЇ ПЛИТИ З ОТВОРАМИ З УРАХУВАННЯМ ДЕКОНЦЕНТРАТОРІВ НАПРУЖЕНЬ.....	21
2.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ.....	21
2.2 ОПИС АЛГОРИТМУ.....	21
2.3 ЗАДАЧА ДЛЯ ПЛАСТИНИ З ГОСТРОКУТНИМИ ОТВОРАМИ... ..	28
2.4 ЗАВДАННЯ.....	37
3 РОЗРАХУНКОВА РОБОТА №2. ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО- ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТОНКОСТІННОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ОТВОРАМИ	38
3.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ.....	38
3.2 ОПИС АЛГОРИТМУ.....	38
3.3 ЗАДАЧА ДЛЯ ОБОЛОНКИ З ГОСТРОКУТНИМИ ОТВОРАМИ... ..	46
3.4 ЗАВДАННЯ.....	52
4 РОЗРАХУНКОВА РОБОТА №3. РОЗРАХУНОК ТОНКОЇ ПЛАСТИНИ З ОТВОРАМИ ТА ВКЛЮЧЕННЯМИ	53
4.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ.....	53
4.2 ОПИС АЛГОРИТМУ.....	53
4.3 ЗАДАЧА ДЛЯ ПЛАСТИНИ З ГОСТРОКУТНИМИ ОТВОРАМИ... ..	63
4.4 ЗАВДАННЯ.....	71
5 ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ.....	72
6 ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ ДЛЯ РОЗРАХУНКОВИХ РОБІТ.....	73
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	80
Додаток А ЗРАЗОК ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТУ ПРО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВОЇ РОБОТИ.....	81
Додаток Б ДОВІДКОВІ ВІДОМОСТІ.....	83

Навчальне видання

Етері Лаврентіївна Гарт, д-р фіз.-мат. наук, проф.
Богдан Ігорович Терьохін, аспірант
Олексій Олександрович Семенча, аспірант

Посібник
до вивчення дисципліни
«Прикладні обчислювальні технології»

Друкується за авторською редакцією.

Підписано до друку 22.11.2023. Формат 60×84/16. Папір офсетний.
Друк цифровий. Ум. друк. арк. 5,75. Наклад 100 прим. Замовлення № 195.

Видавництво та друкарня ПП «Ліра ЛТД», вул. Наукова, 5, м. Дніпро, 49107.
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру
видавців, виготовлювачів та розповсюдження видавничої продукції
ДК № 6042 від 26.02.2018.

dnipro.lira@gmail.com | +38 (067) 561-57-05 | lira.dp.ua